

Trigonométrie et calcul numérique – juillet 2006

QUESTION 1

Dans un triangle ABC, on a la relation

$$\sin^2 B \sin^2 C + \cos^2 B \cos^2 C = \frac{1}{2} \sin 2B \sin 2C$$

Montrer que ce triangle est rectangle.

QUESTION 2

Dans le triangle ABC (fig. 1) la hauteur AD est coupée en son milieu H par la hauteur CE.

1) Démontrer que $\operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = 2$

2) Sachant que dans tout triangle, on a la relation générale

$$\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C = \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C,$$

quelles sont les conditions sur l'angle A pour que la relation $\operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = 2$ soit possible ?

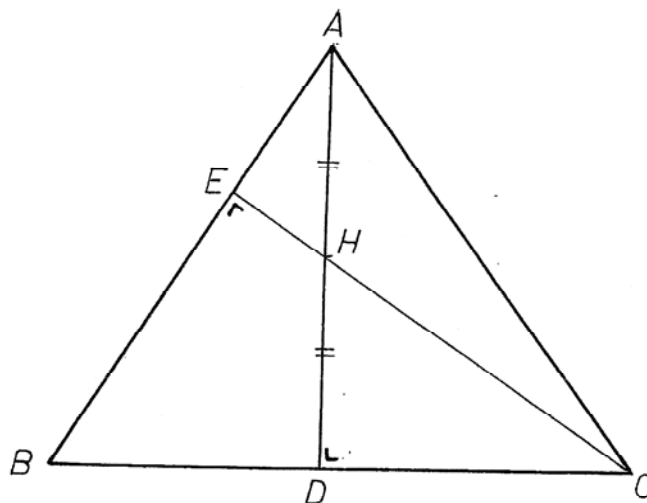


FIG. 1

QUESTION 3

On désire trouver analytiquement la valeur de $\sin \frac{\pi}{10}$, sous forme d'une expression contenant éventuellement des radicaux. A cette fin, on procédera comme suit :

1) En posant $A = \frac{\pi}{10}$, montrer que $\cos 3A = \sin 2A$

2) Développer l'équation précédente en termes de $\cos A$ et $\sin A$

3) L'équation obtenue peut se ramener à une équation du second degré en $\sin A$, que l'on résoudra. Faire le bon choix entre les deux solutions possibles.

QUESTION 4

Résoudre l'équation

$$\left(\frac{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}} \right)^2 + \sin x = 0$$

ATTENTION

1. Nom et prénom en MAJUSCULES sur chaque feuille.
2. Rendre une feuille par question, même s'il n'y a pas de réponse.
3. Préparer une pièce d'identité sur la table.
4. Fin de l'examen à 12 heures.