

Trigonométrie et calcul numérique – Juillet 2007

Question 1

Démontrer l'identité

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 2x)$$

Question 2

Montrer que si a, b, c sont des nombres positifs vérifiant,

$$a > b \text{ et } c^2 = a^2 - b^2,$$

alors l'expression

$$\sqrt{(a \cos \phi + c)^2 + b^2 \sin^2 \phi} + \sqrt{(a \cos \phi - c)^2 + b^2 \sin^2 \phi}$$

a une valeur indépendante de ϕ . Trouver cette valeur.

Question 3

Résoudre l'équation

$$\sin 5x - \sin 3x = \cos 6x + \cos 2x$$

Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

(suite voir verso)

Question 4

Soit le trapèze isocèle $ABCD$ représenté à la figure 1. La grande base a une longueur t , la hauteur vaut h , l'angle entre ses côtés obliques et la verticale vaut noté α et la petite base a une longueur notée b .

On déplace le sommet C vers la droite d'une distance x , de telle sorte que le côté BC' est incliné d'un angle θ par rapport à BC . On considère alors le trapèze $ABC'D'$ tel que $C'D' = CD = b$. Le côté AD' est alors incliné d'un angle ϕ par rapport à AD .

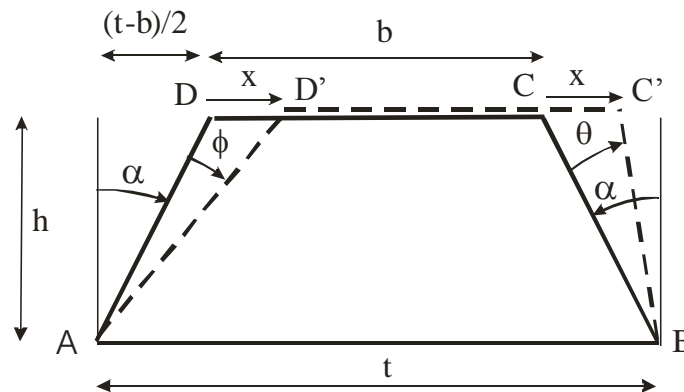


Figure 1 : Trapèze isocèle $ABCD$ et quadrilatère $ABC'D'$ après translation du côté CD

- Montrer qu'il existe un angle α tel que :

$$\cot \phi - \cot \theta = 2$$

quel que soit le déplacement $x=CC'$.

- Déterminer la valeur numérique de cet angle α si $t = 2$ m et $h = 0,5$ m.

ATTENTION

1. Nom, prénom (en MAJUSCULES) sur chaque feuille.
2. Rendre une feuille par question même s'il n'y a pas de réponse.
3. GSM interdits.
4. Préparer une pièce d'identité sur la table.
5. Fin de l'examen à 12 heures.