

Trigonométrie et calcul numérique – Septembre 2008

Question 1

Montrer que dans un triangle ABC , on a toujours la relation

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$$

Question 2

Un pentagone convexe irrégulier $ABCDE$ est inscrit dans une circonférence de rayon 5 cm (voir Figure 1).

Quel est le périmètre du pentagone $ABCDE$?

Quel est la surface du pentagone $ABCDE$?

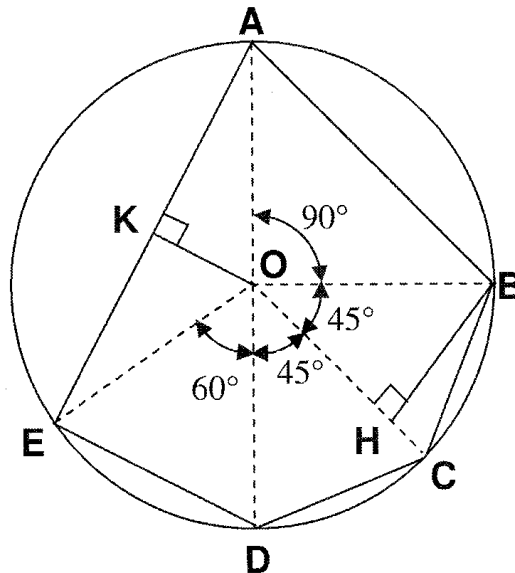


Figure 1 : Pentagone convexe irrégulier $ABCDE$

Question 3

On désire calculer EXACTEMENT (sans calculatrice) $\cos \frac{2\pi}{5}$ et $\cos \frac{4\pi}{5}$. A cette fin, on procédera comme suit :

1) Montrer que chacun de ces deux angles vérifie l'équation

$$\cos 3\theta = \cos 2\theta \quad (*)$$

Suite voir verso

2) Chercher l'ensemble des solutions de l'équation (*) vérifiant $0 \leq \theta < \pi$. Parmi celles-ci, il en est une, que nous noterons θ_1 dont le cosinus est connu de manière évidente.

3) Exprimer l'équation (*) en termes de $\cos\theta$. On obtient une équation du troisième degré.

4) En divisant cette équation par le binôme $(\cos\theta - \cos\theta_1)$, on peut se ramener à une équation du second degré, dont on calculera les racines $\cos\theta_2$ et $\cos\theta_3$.

5) Déterminer, parmi ces deux racines, laquelle correspond à $\frac{2\pi}{5}$ et laquelle correspond à $\frac{4\pi}{5}$. Justifier ce choix.

ATTENTION

1. NOM(en MAJUSCULES), prénom (en minuscules) sur chaque feuille.
2. Rendre une feuille par question même s'il n'y a pas de réponse.
3. GSM interdits.
4. Préparer une pièce d'identité sur la table.
5. Fin de l'examen à 12 heures.