

UNIVERSITÉ DE LIÈGE  
Examen d'admission aux études de bachelier ingénieur civil et  
architecte

## TRIGONOMÉTRIE ET CALCUL NUMÉRIQUE

Prof. J.F. Debongnie et P. Duysinx

Septembre 2011

---

**Question 1** Dans un triangle  $ABC$ , on a la relation suivante entre les angles  $B$  et  $C$  :

$$1 + \cotg \frac{B}{2} + \cotg \frac{C}{2} = \cotg \frac{B}{2} \cotg \frac{C}{2}$$

Que vaut l'angle  $A$  ?

**Question 2** Résoudre l'équation :

$$\sin^2 3x - \cos^2 x = 1$$

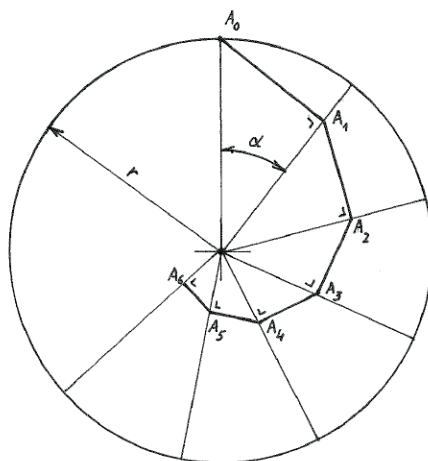


FIGURE 1 – Construction de la ligne  $A_0 \dots A_6$

**Question 3** On se donne un cercle de rayon  $r$ . Par le centre, on fait passer des rayons de gauche à droite, distants chacun d'un angle  $\alpha$ , ( $0 < \alpha < 90^\circ$ ). Soit  $A_0$  le point de concours du premier rayon avec la circonférence. A partir de ce

point, on trace le segment  $A_0A_1$  perpendiculaire au deuxième rayon en  $A_1$ . A partir de  $A_1$ , on trace le segment  $A_1A_2$  perpendiculaire au troisième rayon en  $A_2$ , et ainsi de suite (voir figure 1).

1. Appelons  $\mathcal{L}_n$  la longueur  $\overline{A_0A_1} + \overline{A_1A_2} + \dots + \overline{A_{n-1}A_n}$ . Que vaut cette longueur ?
2. Montrer que la limite pour une infinité de segments est donnée par

$$\mathcal{L}_\infty = r \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

3. Dans le cas où  $\alpha = 30^\circ$ , montrer que  $\mathcal{L}_\infty$  est la somme du diamètre du cercle et du côté du triangle équilatéral inscrit à ce cercle.

**Question 4** On considère le pentagone irrégulier  $ABCDE$  représenté à la figure 2. On place en  $A$  un système d'axes orthonormés  $XY$  avec l'axe  $X$  selon l'horizontale  $AE$  et l'axe vertical  $Y$  pointant vers le point  $B$ . On donne les longueurs et les angles suivants :

- $l_1 = 40$  cm,  $l_2 = 35$  cm,  $l_3 = 50$  cm,  $l_4 = 30$  cm
- $\alpha = 70^\circ$ ,  $\beta = 84^\circ$ ,  $\gamma = 62^\circ$

On demande de calculer avec quatre chiffres après la virgule les données suivantes :

- Les coordonnées  $X$  et  $Y$  des points  $A, B, C, D$  ;
- La longueur  $l_5$ , distance le long de l'axe des  $X$  entre  $A$  et  $E$  ;
- Les angles  $\delta$  et  $\varepsilon$ .

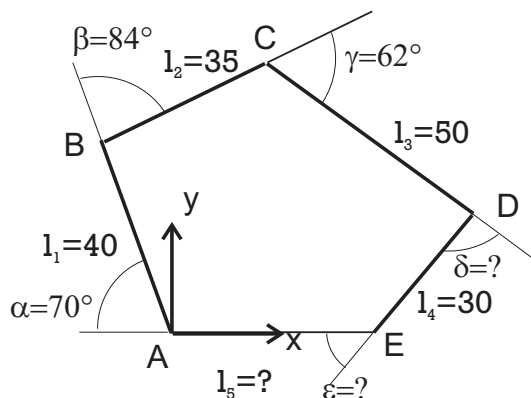


FIGURE 2 – Pentagone irrégulier  $ABCDE$

#### ATTENTION

- NOM (en MAJUSCULES), prénom (en minuscules) sur chaque feuille.
- Rendre une feuille par question même s'il n'y a pas de réponse.
- GSM et PC interdits.
- Il est permis d'utiliser une calculatrice.
- Préparer une pièce d'identité sur la table.
- Fin de l'examen à 12 heures.