

Trigonométrie : proposition sept. 2011

J.F. Debongnie et P. Duysinx

29 août 2011

Question 1 Dans un triangle ABC , on a la relation suivante entre les angles B et C :

$$1 + \cotg \frac{B}{2} + \cotg \frac{C}{2} = \cotg \frac{B}{2} \cotg \frac{C}{2}$$

Que vaut l'angle A ?

Question 2 Résoudre l'équation

$$\sin^2 3x - \cos^2 x = 1$$

Question 3 On se donne un cercle de rayon r . Par le centre, on fait passer des rayons de gauche à droite, distants chacun d'un angle α , $0 < \alpha < 90^\circ$. Soit A_0 le point de concours du premier rayon avec la circonférence. A partir de ce point, on trace le segment A_0A_1 perpendiculaire au deuxième rayon en A_1 . A partir de A_1 , on trace le segment A_1A_2 perpendiculaire au troisième rayon en A_2 , et ainsi de suite (voir fig. 1).

1. Appelons \mathcal{L}_n la longueur $A_0A_1 + A_1A_2 + \dots + A_{n-1}A_n$. Que vaut cette longueur ?
2. Montrer que la limite pour une infinité de segments est donnée par $\mathcal{L}_\infty = r \frac{1+\cos \alpha}{\sin \alpha}$.
3. Dans le cas où $\alpha = 30^\circ$, montrer que \mathcal{L}_∞ est la somme du diamètre du cercle et du côté du triangle équilatéral inscrit à ce cercle.

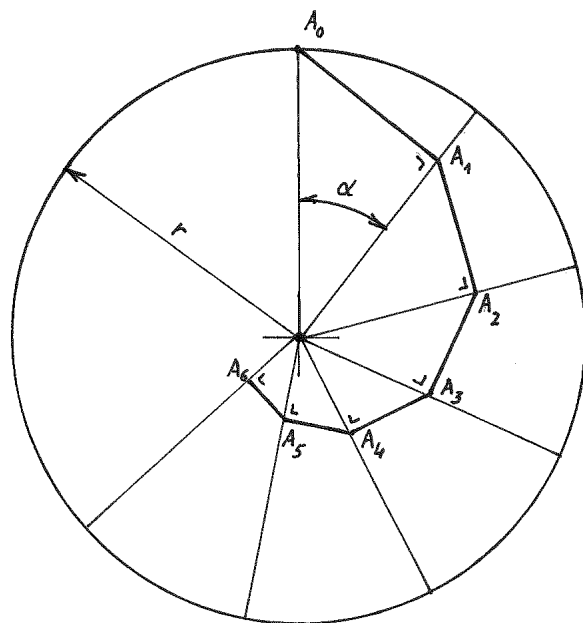


FIGURE 1 – Construction de la ligne $A_0 \dots A_6$