



TRANSMISSION DE PUISSANCE

Partim : Courroies et poulies

Pierre Duysinx

LTAS – Ingénierie de Véhicules Terrestres

Département Aérospatiale & Mécanique

Université de Liège

Année Académique 2021-2022

INTRODUCTION



Introduction

- Les systèmes de transmission servent à **transmettre de la puissance** dans le sens où **les mouvements servent principalement à transférer de l'énergie mécanique** d'une pièce à une autre.
- Systèmes de transmission des plus petites aux plus grandes puissances:
 - Fine mécanique et horlogerie: quelques μW
 - Mécatronique : mécanismes de petites tailles: quelques dizaines de watts
 - Véhicules: de quelques centaines de Watts à plusieurs dizaines de kW
 - Production d'énergie: de quelques kW à au MW.

Introduction

- Transmission rotation – rotation
 - Engrenages
 - Courroie & poulie
 - Chaîne
 - Galet

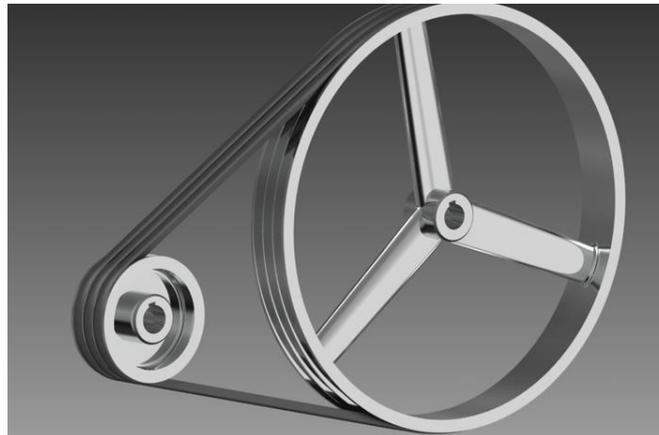
- Transmission rotation – translation
 - Pignon – crémaillère
 - Vis, vis à billes
 - Roue sol, roue rail
 - Came
 - Bielle manivelle
 - ...

Introduction

- Transmission rotation – rotation
 - Engrenages
 - Courroie & poulie
 - Chaîne
 - Galet

- Transmission rotation – translation
 - Pignon – crémaillère
 - Vis, vis à billes
 - Roue sol, roue rail
 - Came
 - Bielle manivelle
 - ...

COURROIES ET POULIES



PLAN DE L'EXPOSE

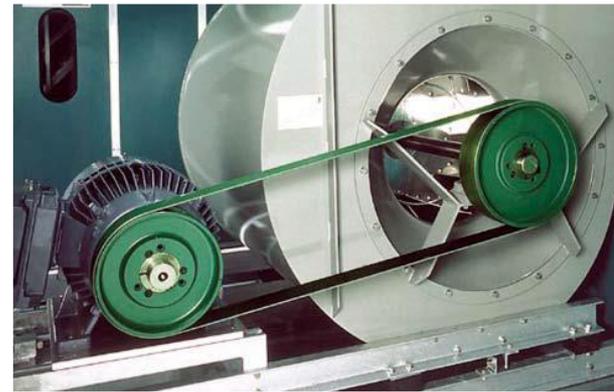
- Introduction
- Formules fondamentales
 - Définitions, rapport de réduction
 - Formule d'Euler
 - Calcul des tensions
 - Cas des courroies trapézoïdales
- Calcul de la tension de pose



INTRODUCTION

INTRODUCTION

- Les **courroies** sont des liens flexibles utilisés pour transmettre des **puissances moyennes** entre arbres parallèles ou non, séparés généralement par des **distances d'entraxes importantes**.

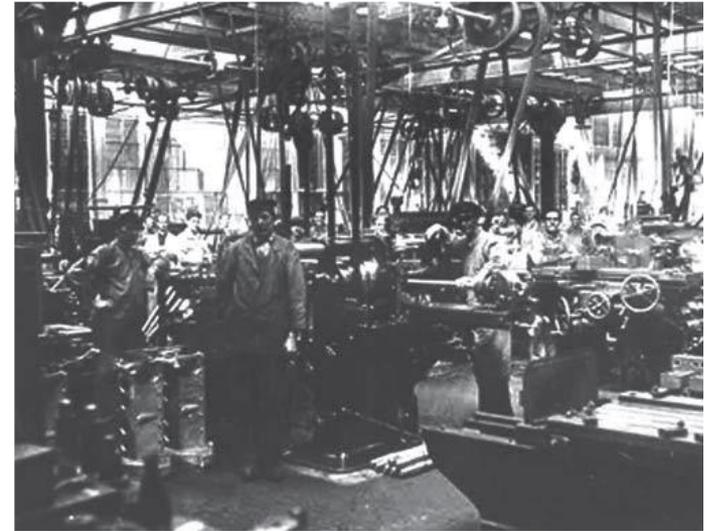


INTRODUCTION

- Suivant le type de système envisagé, la courroie **transmet les efforts tangentiels** d'une manière conservative ou non, c.-à-d. en préservant ou non l'égalité des efforts périphériques Q .
- Ce transfert de puissance ne peut néanmoins pas s'opérer sans un **effet d'adhérence efficace** au contact des jantes.
- Une résistance suffisante au glissement d'ensemble n'apparaîtra dès lors qu'à la condition **d'imposer une contrainte initiale de traction ou tension de pose** dans les brins de la courroie.

INTRODUCTION

- La solution par courroie s'est développée très tôt à l'époque industrielle du fait des avantages nombreux qu'elle propose.



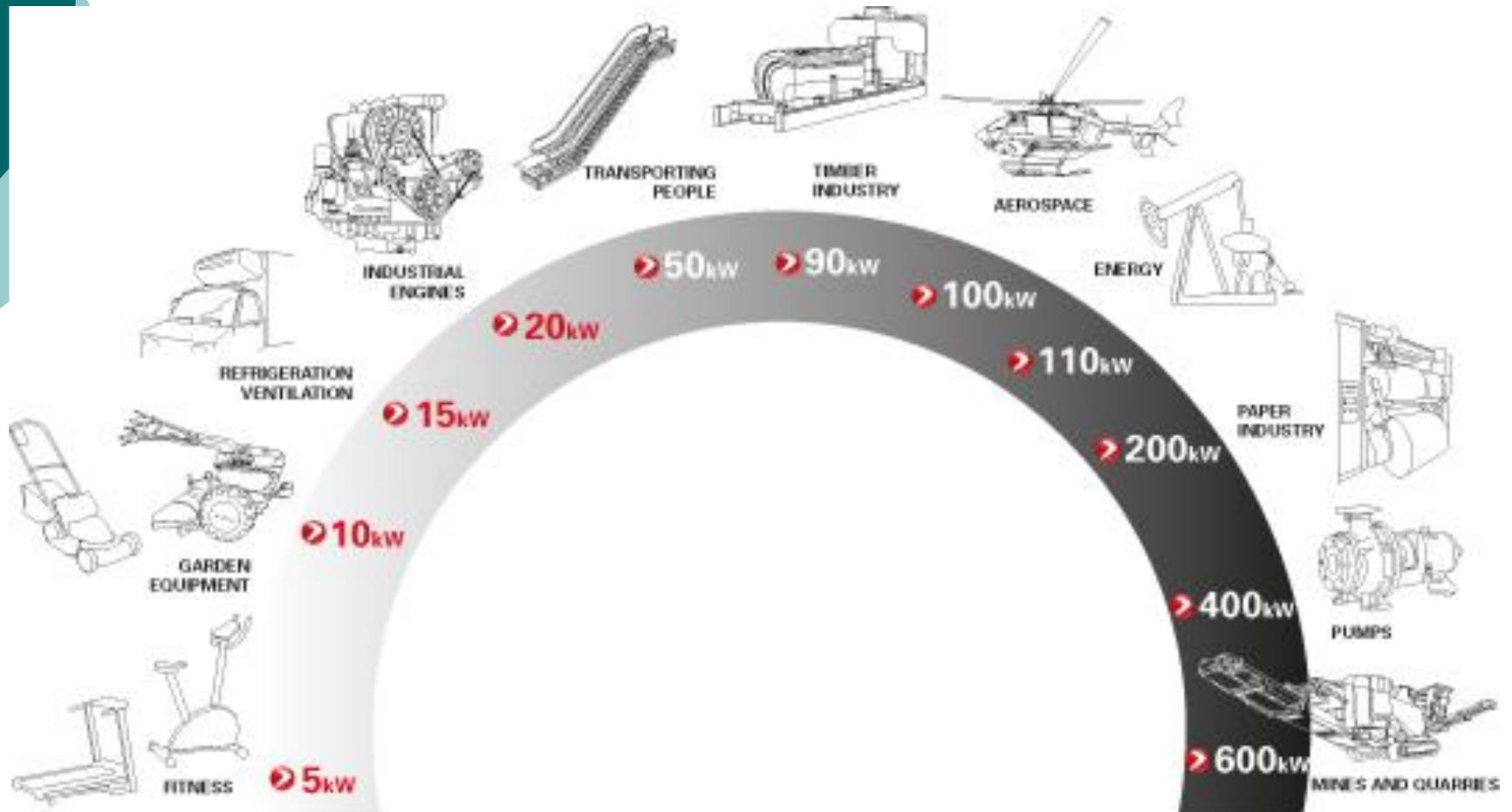
INTRODUCTION

- A début de l'époque industrielle,
 - les machines fonctionnant à des vitesses angulaires relativement faibles
 - volants d'inertie de grandes dimensions propices à la réalisation de poulies
 - transmission du mouvement à des machines réceptrices situées à grandes distances.
- Les courroies plates ont été remplacées progressivement par des courroies à section trapézoïdale pour suivre l'augmentation de la vitesse de rotation et de la puissance des machines.

INTRODUCTION

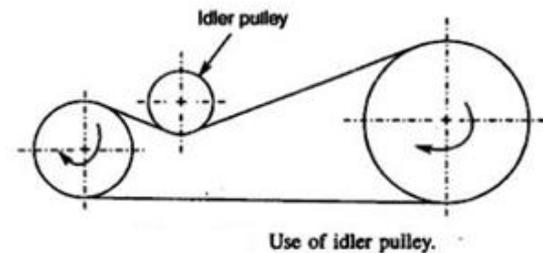
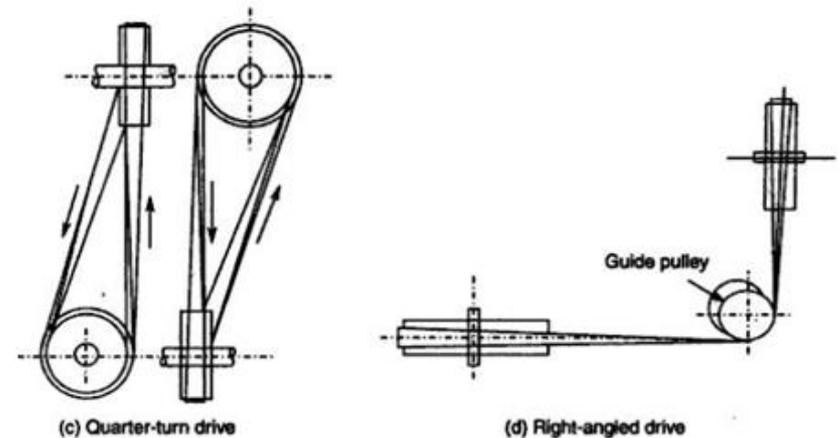
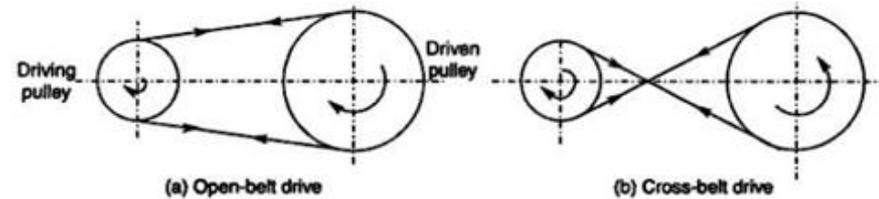
- Aujourd'hui :
 - Les distances entre le moteur et le récepteur sont souvent faibles,
 - On assigne **un moteur par axe** ou par fonction.
 - Plus rarement une même courroie peut entraîner plusieurs récepteurs par exemple sur un moteur à piston.
- Les puissances et les vitesses de rotation des systèmes de transmission sont de plus en plus élevées, rendant plus difficile le choix clair entre engrenages et poulies modernes.
- Actuellement possible de concevoir des transmissions par courroie capable de transmettre des puissances allant jusque 400 kW et des vitesses linéaires au-delà de 60 m/s.

INTRODUCTION



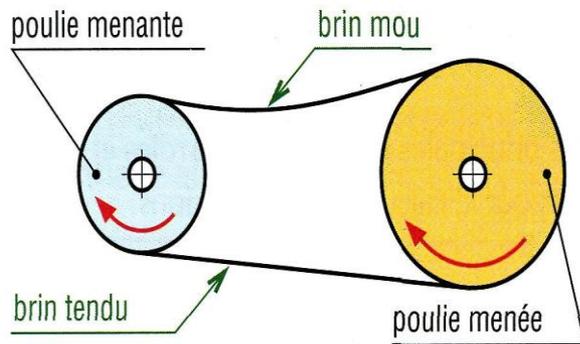
INTRODUCTION

- On peut réaliser des transmissions du mouvement de rotation par courroies et poulies quelles que soient les positions des arbres d'entrée et de sortie.
- On distingue:
 - Arbres à axes parallèles
 - Arbres à axes quelconques

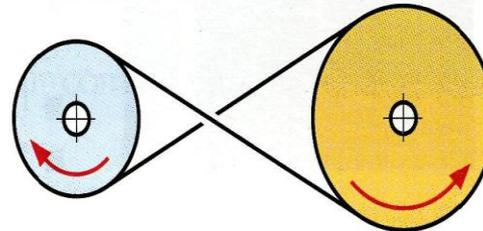


INTRODUCTION

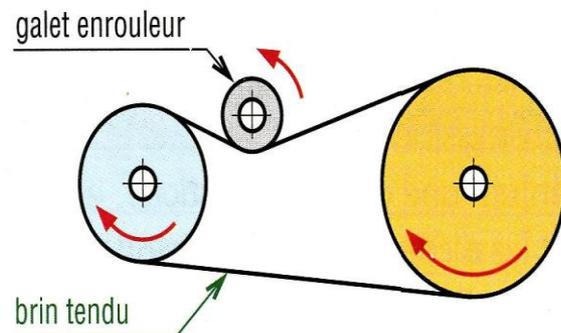
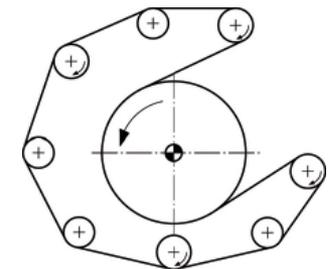
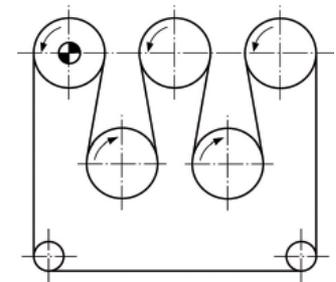
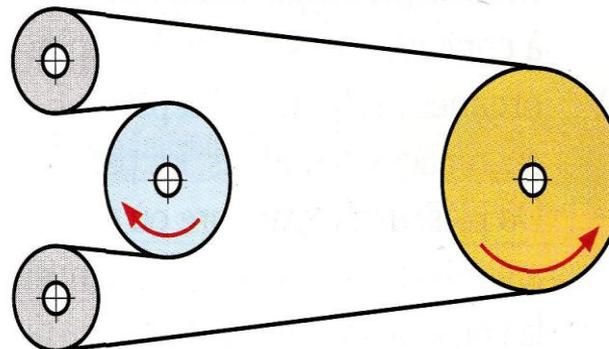
- Configurations à arbres parallèles:
 - Le sens de rotation des poulies est préservé
 - Le sens est inversé si on croise la courroie



inverseur à courroies croisées

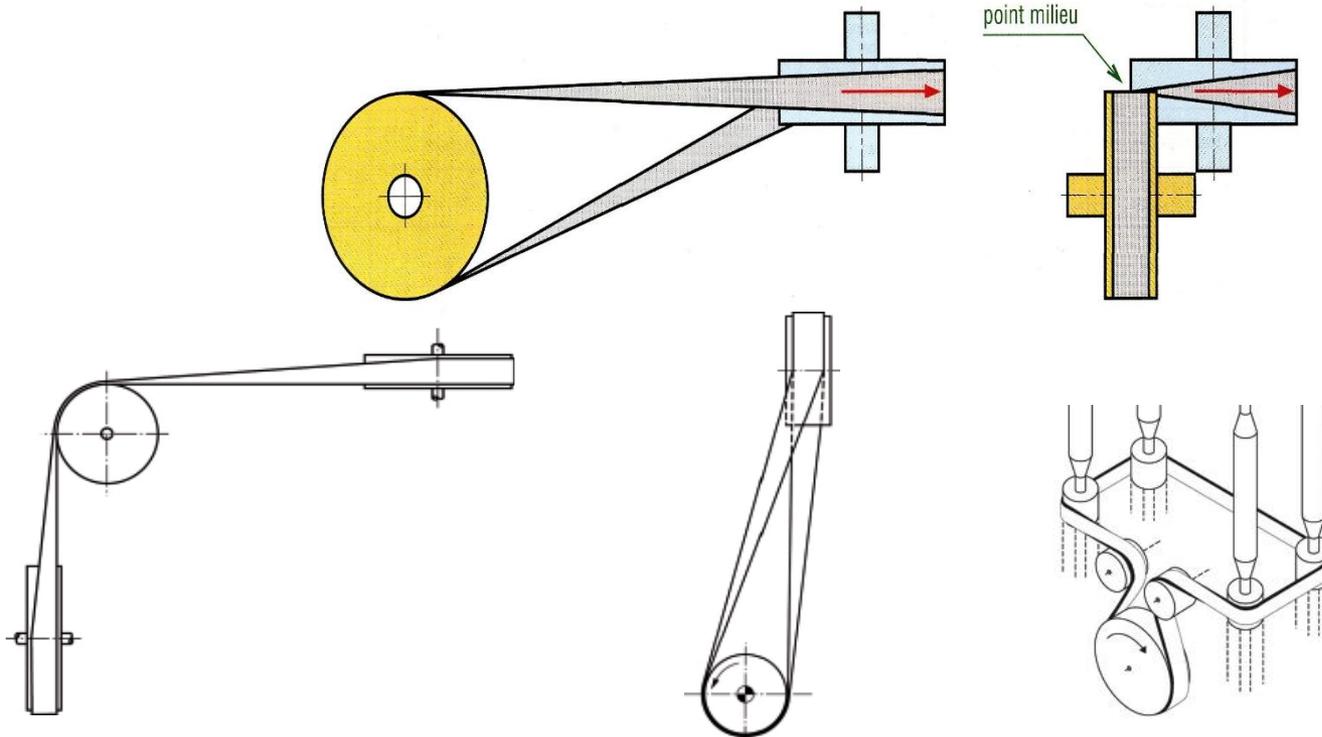


inverseur à courroies non croisées



INTRODUCTION

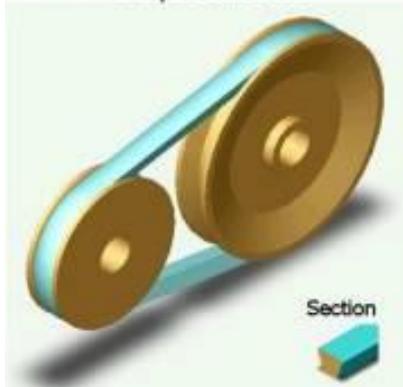
- Configurations à axes quelconques :
 - On utilise des poulies folles de renvoi assurant l'entrée et la sortie de la courroie hors du plan de chacune des poulies motrices et réceptrices



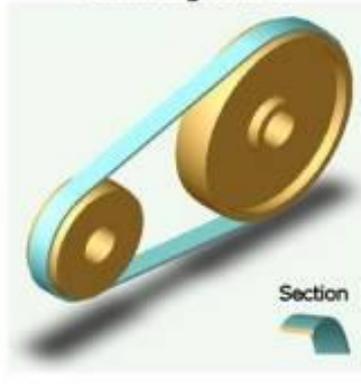
INTRODUCTION

- Les **courroies** utilisées en pratique présentent une section transversale soit **rectangulaire** mince (**courroies plates**), soit ronde, soit **trapézoïdale** (de type normal ou étroit), soit crantée
- Les dimensions des sections normales sont **normalisées**.

Courroie à section trapézoïdale



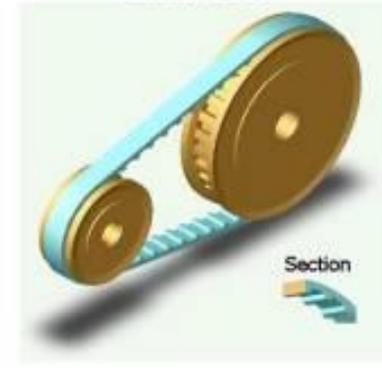
Courroie à section rectangulaire



Courroie à section circulaire

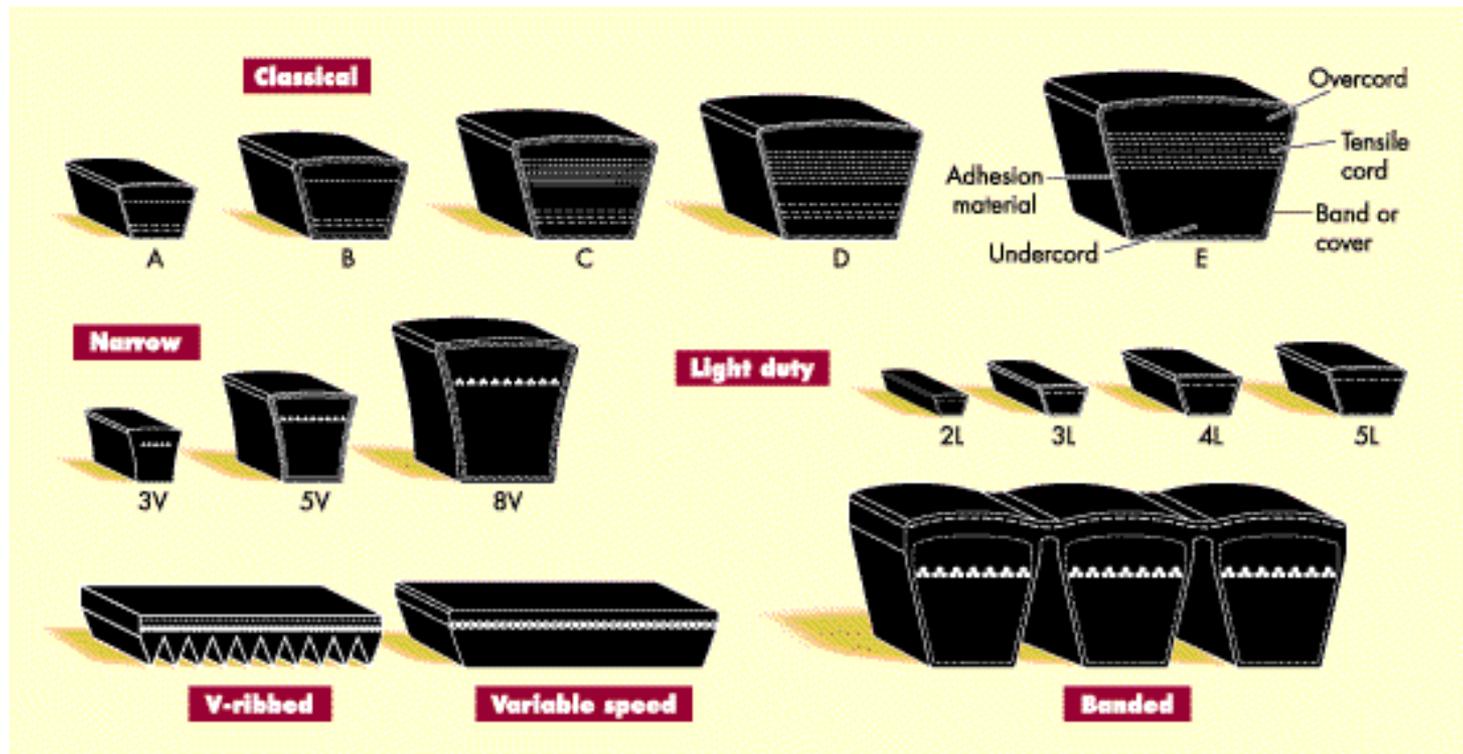


Courroie et poulies crantées



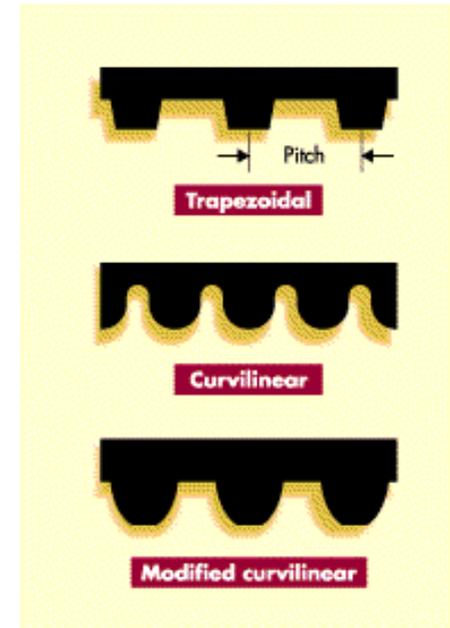
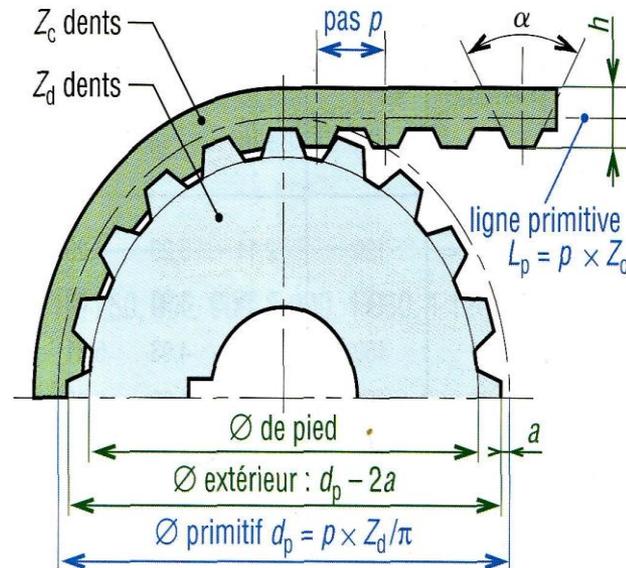
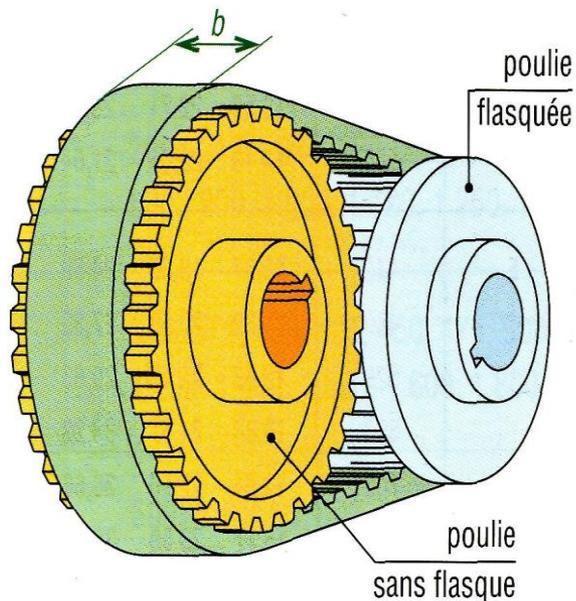
INTRODUCTION

- Courroies trapézoïdales



INTRODUCTION

- Les courroies crantées assurent une **transmission homocinétiq**ue quelles que soient les conditions de glissement



INTRODUCTION

○ **AVANTAGES:**

- Entraxe élevé;
- Bon rendement;
- Fonctionnement silencieux;
- Construction et montage simples;
- Entretien aisé et fonctionnement sans lubrification;
- Prix de revient raisonnable;
- Amortissement partiel des chocs, des à-coups et des vibrations;
- Normalisation des dimensions des poulies et des largeurs des courroies;
- Possibilité de créer une variation de vitesse par des montages utilisant des poulies étagées ou coniques.

INTRODUCTION

○ **DESAVANTAGES:**

- Encombrement important;
- Risques d'accident plus importants que d'autres systèmes tels que les engrenages ;
- Charges radiales généralement élevées sur arbres et paliers d'appui ;
- Rapport de réduction non rigoureux, par suite du glissement élastique de la courroie sur les jantes de la poulie;
- Sensibilité à l'humidité, à la température et à la poussière.

INTRODUCTION

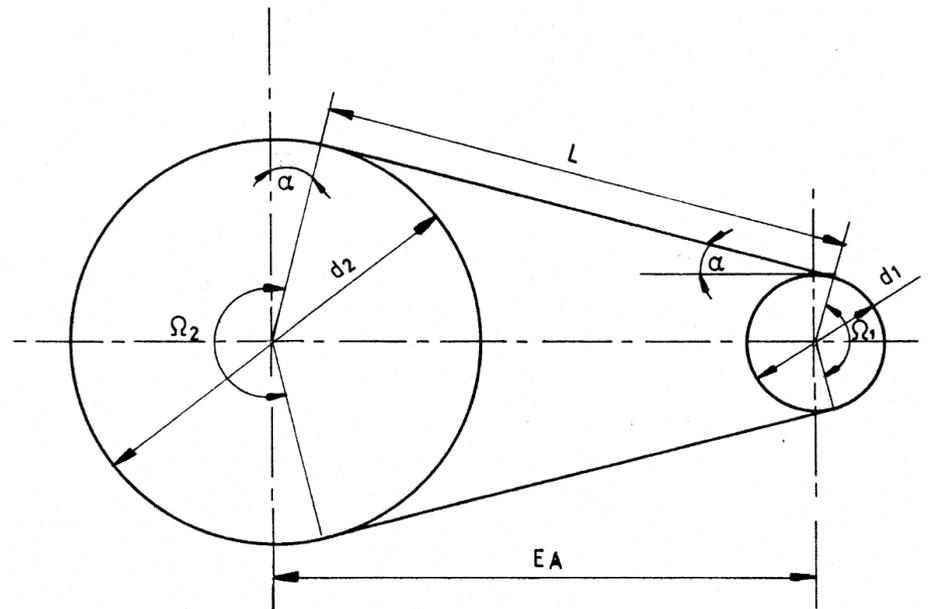
- **Rendement d'une transmission** par courroie: on peut atteindre:
 - 98% pour le type plat,
 - 96% pour le type trapézoïdal.
- Les pertes de puissance dans la transmission par courroie ont pour origine les phénomènes suivants :
 - Le **glissement** élastique ou le glissement d'ensemble de la courroie sur les poulies;
 - Le **frottement interne de la matière** constitutive de la courroie, lors de l'alternance de l'incurvation, de l'extension et de la relaxation (phénomène d'hystérésis);
 - La **résistance de l'air** au mouvement de la courroie, des poulies et des galets;
 - Les **pertes par frottement** au niveau des appuis.

LAY-OUT

- Introduction
- **Formules fondamentales**
 - Définitions, rapport de réduction
 - Formule d'Euler
 - Calcul des tensions
 - Cas des courroies trapézoïdales
- Calcul de la tension de pose

DEFINITIONS

- La poulie motrice est repérée par l'indice 1. La poulie réceptrice est notée 2.
 - Rayons et diamètres primitifs: $R_1=d_1/2$ et $R_2=d_2/2$
 - Vitesse de rotation ω_1 (N_1) et ω_2 (N_2)
- L'entraxe des poulies est noté par EA ou a.



DEFINITIONS

- Angle embrassé à la petite poulie

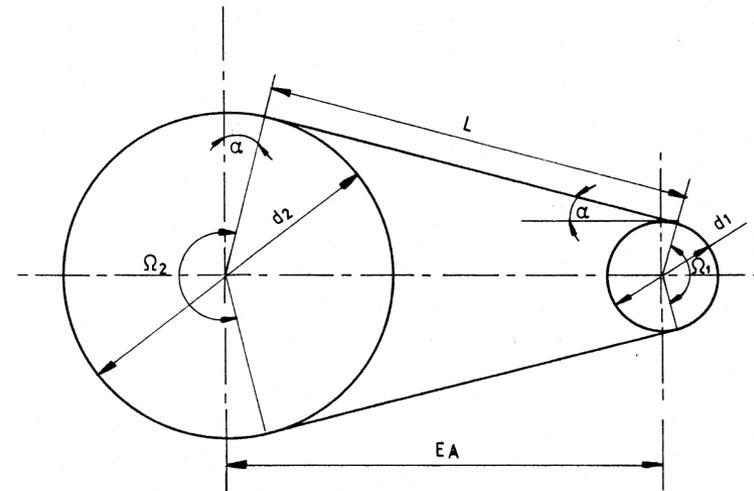
$$\Omega_1 = \pi - 2\alpha$$

- Angle embrassé à la grande poulie

$$\Omega_2 = \pi + 2\alpha$$

- On appelle α l'angle fait par le brin avec l'horizontale. Il est également lié à l'angle embrassé sur les poulies

$$\sin \alpha = \frac{d_2 - d_1}{2a}$$



DEFINITIONS

- La longueur théorique de la courroie s'obtient en ajoutant aux longueurs des segments A_1A_2 et B_1B_2 , les longueurs des arcs A_1B_1 et A_2B_2 .

$$A_1A_2 = B_1B_2 = a \cos \alpha$$

- Brins A_1A_2 et B_1B_2 $A_1B_1 = \frac{d_1}{2} \Omega_1 = \frac{d_1}{2} (\pi - 2\alpha)$

- Arcs A_1B_1 et A_2B_2 $A_2B_2 = \frac{d_2}{2} \Omega_2 = \frac{d_2}{2} (\pi + 2\alpha)$

- Soit la **longueur de la courroie**

$$L = 2a \cos \alpha + \pi \frac{d_1 + d_2}{2} + 2\alpha \frac{d_2 - d_1}{2}$$

DEFINITIONS

- Dans le cas de petits angles α , on trouve l'approximation de l'entraxe suivante

$$\alpha \simeq \sin \alpha = \frac{d_2 - d_1}{2a}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \simeq 1 - \frac{1}{2} \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a^2}$$

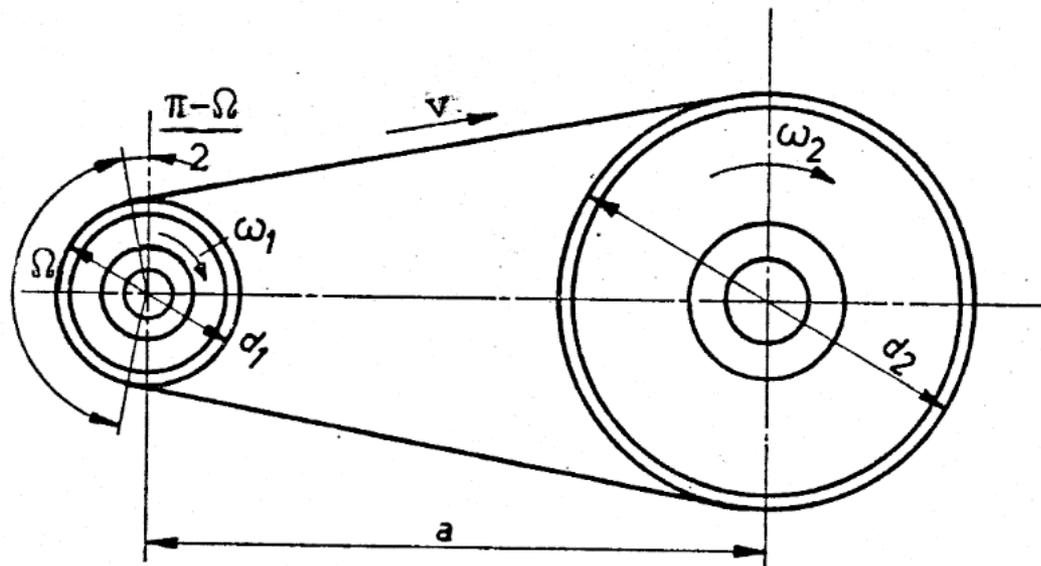
$$L = 2a \left[1 - \frac{1}{2} \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a^2} \right] + (\pi - 2\alpha) \frac{d_1}{2} + (\pi + 2\alpha) \frac{d_2}{2}$$

- On trouve la valeur approchée de l'entraxe

$$L \simeq 2a + \pi \frac{d_2 + d_1}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a}$$

RAPPORT DE REDUCTION IDEAL

- Le moteur développe sur la **poulie 1** une puissance P_1 , un couple C_1 et une vitesse de rotation $\Omega_1 = N_1 \frac{2\pi}{60}$.
- L'organe récepteur absorbe une puissance P_2 , un couple C_2 et tourne à une vitesse $\Omega_2 = N_2 \frac{2\pi}{60}$.



RAPPORT DE REDUCTION IDEAL

- Pour une transmission idéale sans perte

$$\mathcal{P}_1 = C_1 \omega_1 = \mathcal{P}_2 = C_2 \omega_2$$

- On en tire le rapport de réduction idéal i

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{C_2}{C_1} = i$$

- La conservation de la vitesse tangentielle de la courroie v donne

$$v_1 = \omega_1 \frac{d_1}{2} = v_2 = \omega_2 \frac{d_2}{2}$$

- On en tire l'expression du rapport de réduction idéal

$$\longrightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_2}{d_1} = i$$

RENDEMENT GLOBAL

- En première approximation, on suppose que la transmission de puissance s'effectuait de manière idéale c'est-à-dire que la puissance et que les efforts étaient préservés.
- En réalité, on a **une variation de tension de la courroie le long de l'arc d'enroulement** sur chacune des poulies.
- Cela provoque une variation de sa déformation, à l'origine d'un **phénomène de glissement permanent**.
- Ce glissement fonctionnel ne doit pas être confondu avec le patinage éventuel de la courroie sur l'une des poulies en cas de surcharge.
- Le glissement fonctionnel introduit une **variation du rapport de réduction** qui est une fonction croissante du couple transmis.
- Il peut atteindre 2 à 3% du rapport théorique.

RENDEMENT GLOBAL

- On définit par η_0 le rendement global du système de transmission.
- Ce rendement peut être décomposé en deux parties:
 - Le rendement de glissement η_g
 - Le rendement η_e d'extraction de la courroie hors de la gorge de la poulie.
- Conservation de la puissance au rendement près

$$\mathcal{P}_1 = \frac{\mathcal{P}_2}{\eta_0} \quad \text{avec} \quad \eta_0 = \eta_g \eta_e$$

RENDEMENT GLOBAL

- Il vient

$$\mathcal{P}_1 = C_1 \omega_1 = Q_1 \frac{d_1}{2} \omega_1 = Q_1 v_1 = \frac{Q_1 \pi d_1 N_1}{60}$$

$$\mathcal{P}_2 = C_2 \omega_2 = Q_2 \frac{d_2}{2} \omega_2 = Q_2 v_2 = \frac{Q_2 \pi d_2 N_2}{60}$$

- Dans le cas de courroies plates, on a égalité des efforts périphériques, car il n'y a pas de perte d'extraction:

$$Q_1 = Q_2 \quad \text{Cas des courroies plates}$$

$$Q_1 > Q_2 = \eta_e Q_1 \quad \text{Cas des courroies trapézoïdales}$$

RENDEMENT GLOBAL

- En faisant le rapport des deux puissances motrices et réceptrices

$$\frac{\mathcal{P}_2}{\mathcal{P}_1} = \eta_0 = \eta_g \eta_e = \frac{Q_2 d_2 N_2}{Q_1 d_1 N_1}$$

- Le rendement d'extraction

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \eta_e$$

- Le rapport de réduction réel $i_{\text{réel}}$:

$$\frac{N_1}{N_2} = i_r = \frac{1}{\eta_g} \frac{d_2}{d_1}$$

- Le rapport de réduction réel $i_{\text{réel}}$ est donc toujours supérieur au simple rapport i des diamètres.

$$\frac{i_r}{i} = \frac{1}{\eta_g} \quad \text{avec} \quad i = \frac{d_2}{d_1}$$

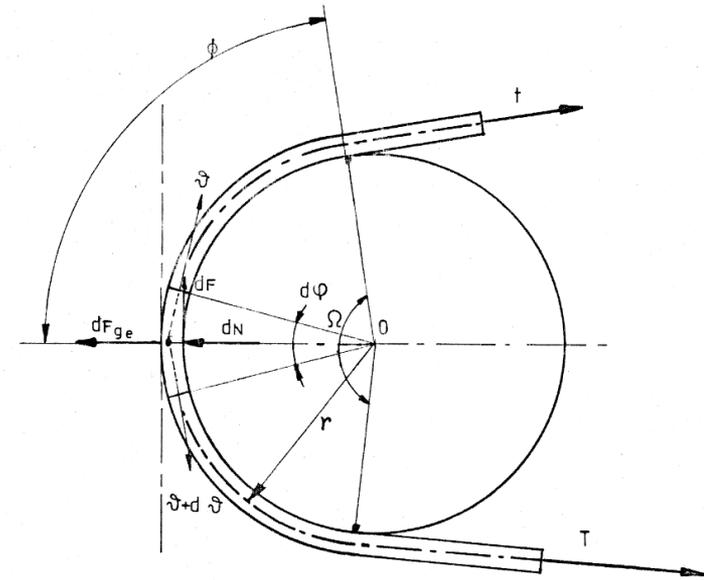
EFFORT PERIPHERIQUE EQUIVALENT

- On travaille en régime établi (vitesse constante)
- Tensions dans les brins
 - Brin tendu: T
 - Brin mou: t
- Diamètre primitif : R
- Une poulie motrice ou réceptrice développe
 - Un effort périphérique équivalent Q
 - Un couple: C

$$C = QR$$

$$C = (T - t)R$$

$$Q = T - t$$



EFFORT PERIPHERIQUE EQUIVALENT

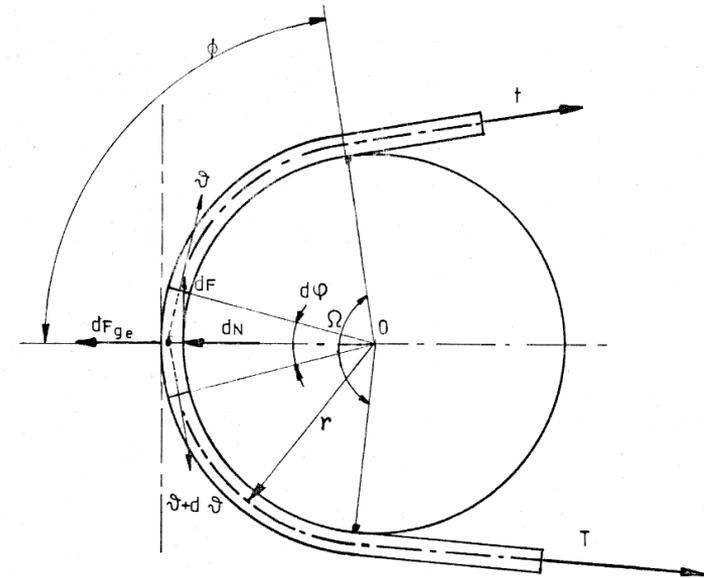
- Dans la poulie 1 et la poulie 2

$$C_1 = (T - t) R_1$$

$$C_2 = (T - t) R_2$$

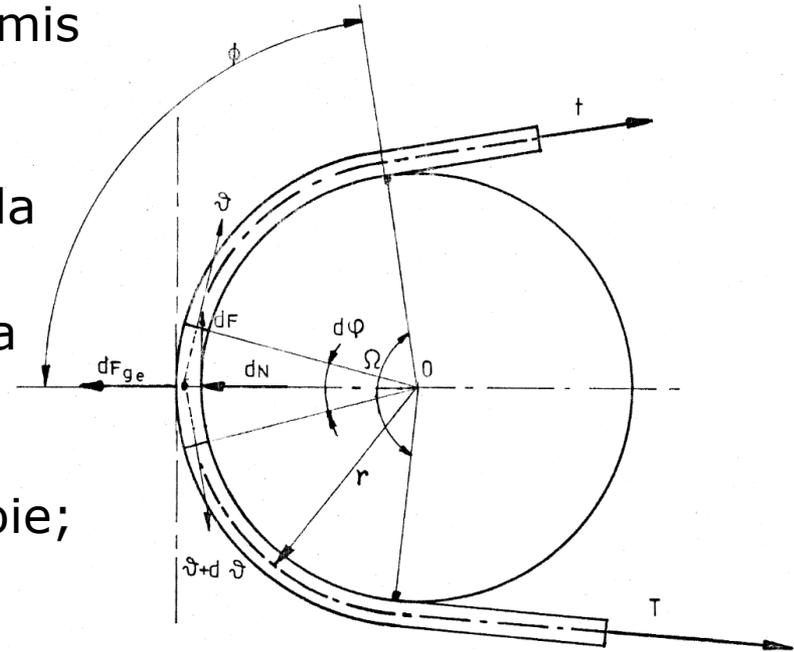
- *Mechanical advantage* de la poulie

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{i}$$



FORMULE FONDAMENTALE D'EULER

- Etudions l'équilibre radial et tangentiel d'un élément de courroie d'angle $d\phi$ sous l'action des efforts appliqués.
- L'élément de courroie est soumis à un ensemble de forces :
 - les forces de traction θ et $\theta+d\theta$ de la courroie selon la tangente;
 - dN la réaction radiale de la poulie sur l'élément ;
 - dF la force de frottement entre la poulie et la courroie;
 - F_{ge} la force centrifuge agissant sur l'élément de courroie et tendant à réduire dN , donc dF .



FORMULE FONDAMENTALE D'EULER

- Les composantes normale et tangentielle exercées par la gorge de la poulie sur la courroie sont liées et limitées par le frottement entre les deux matériaux.

$$dF \leq f dN$$

- On désire se placer à une sécurité k par rapport au glissement en considérant un coefficient de frottement réduit μ

$$\mu k \leq f$$

- $k > 1$ est imposé par le cahier des charges. Le coefficient μ est souvent appelé coefficient de transmission.
- A la limite du glissement d'ensemble, on utilise pleinement la friction disponible et

$$dF = \mu dN$$

FORMULE FONDAMENTALE D'EULER

- Coefficients de friction réduits

Matériau de la courroie	Coefficient de transmission μ
Cuir, côté poil	$0,3 + \frac{v}{100 \text{ [m/s]}}$
Cuir, côté chair	$0,2 + \frac{v}{100 \text{ [m/s]}}$
Coton	0,3
Soie artificielle imprégnée	0,35
Matériaux Synthétique	0,5

TABLE 4.1 – Tableau des valeurs des coefficients de transmission μ

FORMULE FONDAMENTALE D'EULER

- EQUILIBRE RADIALE

$$dF_{ge} + dN = (2\theta + d\theta) \sin \frac{d\phi}{2}$$

- On linéarise

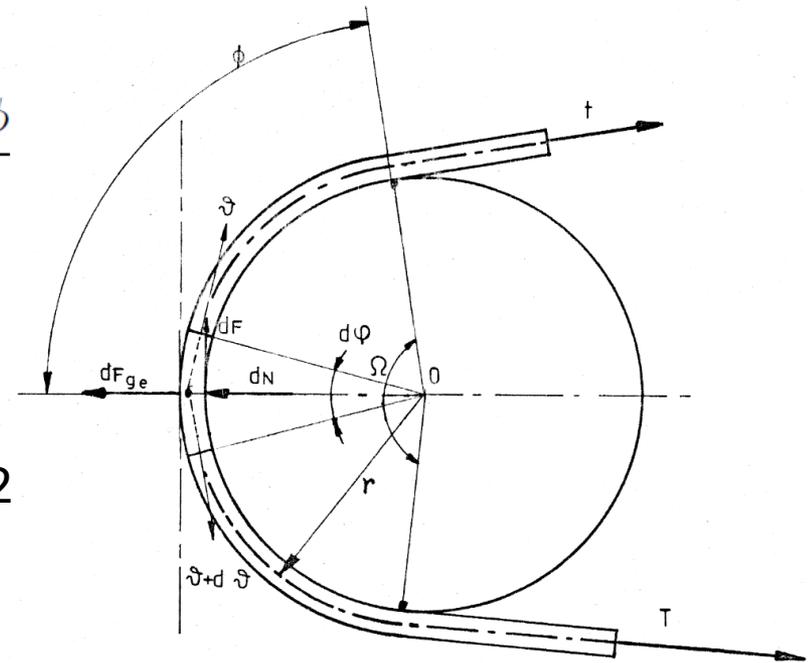
$$\sin \frac{d\phi}{2} \simeq \frac{d\phi}{2}$$

- On omet les termes d'ordre 2

$$d\theta d\phi \simeq 0$$

- On trouve

$$dF_{ge} + dN = \theta d\phi$$



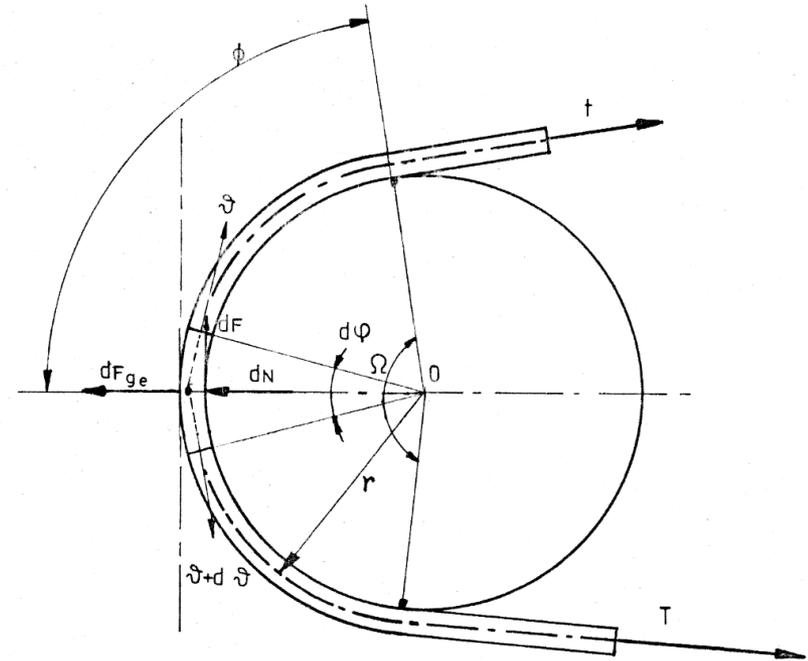
FORMULE FONDAMENTALE D'EULER

- EQUILIBRE TANGENTIEL:

$$\theta \cos \frac{d\phi}{2} + dF = (2\theta + d\theta) \cos \frac{d\phi}{2}$$

- En linéarisant et en négligeant les termes d'ordres supérieurs

$$dF = d\theta$$



FORMULE FONDAMENTALE D'EULER

- Développons à présent l'expression des forces centrifuges

$$dF_{ge} = \rho dV \omega^2 R = \rho S R d\phi \frac{v^2}{R}$$

- On a l'équation différentielle caractérisant l'évolution de force de tension θ en fonction de la position angulaire ϕ :

$$\boxed{\frac{d\theta}{\theta - \rho S v^2} = \mu d\phi}$$

- En intégrant $\theta(\phi) = \tau$ de 0 à ϕ avec ϕ inférieur à la limite Ω , il vient

$$\ln \frac{\tau - \rho S v^2}{t - \rho S v^2} = \mu \phi$$

$$\frac{\tau - \rho S v^2}{t - \rho S v^2} = \exp(\mu \phi)$$

FORMULE FONDAMENTALE D'EULER

- En définissant $m' = \rho S$, la masse par unité de longueur de courroie, on trouve la formule d'Euler:

$$\frac{\tau(\phi) - m' v^2}{t - m' v^2} = e^{\mu \phi}$$

- Si on applique la formule à l'angle d'embrassement total Ω et on obtient la formule classique d'EULER

$$\boxed{\frac{T - m' v^2}{t - m' v^2} = e^{\mu \Omega} = \frac{\bar{T}}{\bar{t}}}$$

FORMULE FONDAMENTALE D'EULER

- L'équation différentielle peut encore se mettre sous la forme

$$\frac{d\theta}{d\phi} - \mu \theta = \mu m' v^2$$

- Sa solution s'écrit sous forme d'une solution homogène et d'une solution particulière

$$\tau(\phi) = A \exp(\mu\phi) + m' v^2$$

- En identifiant la condition limite $\theta=t$ en $\phi=0$

$$\tau(\phi) = (t - m'v^2) \exp(\mu\phi) + m' v^2$$

FORMULE FONDAMENTALE D'EULER

- En examinant la solution de l'équation d'Euler, on distingue deux composantes:

$$T = T_c + \bar{T}$$

- La première composante $T_c = m' v^2$ liée aux forces centrifuges et à la vitesse de défilement $v \rightarrow$ **tension centrifuge**.
 - On a donc la même valeur de T_c sur les deux poulies et par continuité des efforts, les brins subissent la même situation. En conclusion du fait de la vitesse de la courroie, il naît tout au long de celle-ci une tension $m' v^2$.
- La seconde composante reflète les tensions résultant de l'échange d'efforts entre la courroie et la poulie. Elle est appelée **tension productive**.

$$(t - m'v^2) \exp(\mu\phi)$$

FORMULE FONDAMENTALE D'EULER

- On peut encore calculer la **tension productive moyenne**, soit T_0 , la moyenne entre la tension productive du brin tendu et du brin mou.

$$\bar{T}_0 = \frac{\bar{T} + \bar{t}}{2}$$

- On calcule le ratio $\frac{Q}{2\bar{T}_0} = \frac{\bar{T} - \bar{t}}{\bar{T} + \bar{t}}$
$$= \frac{\bar{t}(e^{\mu\Omega_1} - 1)}{\bar{t}(e^{\mu\Omega_1} + 1)}$$
$$= \frac{\exp \frac{\mu\Omega_1}{2} - \exp \frac{-\mu\Omega_1}{2}}{\exp \frac{\mu\Omega_1}{2} + \exp \frac{-\mu\Omega_1}{2}}$$
$$= \tanh\left(\frac{\mu\Omega_1}{2}\right)$$

FORMULE FONDAMENTALE D'EULER

- On peut réécrire la formule sous la forme suivante:

$$Q = \bar{T}_0 \tanh\left(\frac{\mu\Omega_1}{2}\right)$$

- Une conclusion très importante de cette formule est la suivante: **pour qu'il y ait un effort équivalent non nul, et donc un couple transmis non nul, il est impérative d'avoir une tension initiale non nulle.**
- Cette tension T_0 sera introduite via la **tension de pose**.

CALCUL DES TENSIONS DANS LES BRINS

- L'équation d'EULER permet de calculer les efforts T et t pour un effort effectif Q donné et pour un coefficient d'interaction μ donné.

$$\boxed{\frac{T - m' v^2}{t - m' v^2} = e^{\mu \Omega} = \frac{\bar{T}}{\bar{t}}} \quad \longrightarrow \quad \frac{\bar{T}}{\bar{T} - \bar{t}} = \frac{e^{\mu \Omega}}{e^{\mu \Omega} - 1} = \frac{\bar{T}}{Q}$$

- Il vient

$$\bar{T} = Q \frac{e^{\mu \Omega}}{e^{\mu \Omega} - 1} = T - m' v^2$$

- La solution s'écrit

$$\begin{cases} \bar{t} & = & Q \frac{1}{e^{\mu \Omega} - 1} \\ \bar{T} & = & Q \frac{e^{\mu \Omega}}{e^{\mu \Omega} - 1} \end{cases}$$

CALCUL DES TENSIONS DANS LA COUROIE POUR LE SYSTÈME DE POULIES

- Dans la poulie 1:

$$\frac{T - m' v^2}{t - m' v^2} = e^{\mu \Omega_1}$$

- Dans la poulie 2:

$$\frac{T - m' v^2}{t - m' v^2} = e^{\mu \Omega_2} = e^{\mu (2\pi - \Omega_1)}$$

- Sont connus:

- V vitesse de défilement;
- Les coefficients de friction f_1 et f_2 et le coefficient de sécurité au glissement k ;
- Les angles d'embrassement Ω_1 et Ω_2 .

CALCUL DES TENSIONS DANS LA COUROIE POUR LE SYSTÈME DE POULIES

- Dans la poulie 1:

$$\frac{T - m' v^2}{t - m' v^2} = e^{\mu \Omega_1}$$

- Dans la poulie 2:

$$\frac{T - m' v^2}{t - m' v^2} = e^{\mu \Omega_2} = e^{\mu (2\pi - \Omega_1)}$$

- Sont inconnus:

- Les tensions T et t
- Les coefficients de transmission μ_1 et μ_2 qui doivent satisfaire les inégalités :

$$k \mu_1 \leq f_1 \quad \text{et} \quad k \mu_2 \leq f_2$$

- Ces équations sont insuffisantes pour déterminer les quatre inconnues T, t, μ_1 et μ_2

CALCUL DES TENSIONS DANS LA COUROIE POUR LE SYSTÈME DE POULIES

- Remarquons encore que les formules contiennent le même ratio de tensions dans les courroies:

$$\frac{T - m' v^2}{t - m' v^2}$$

- Il en ressort que l'on a l'égalité

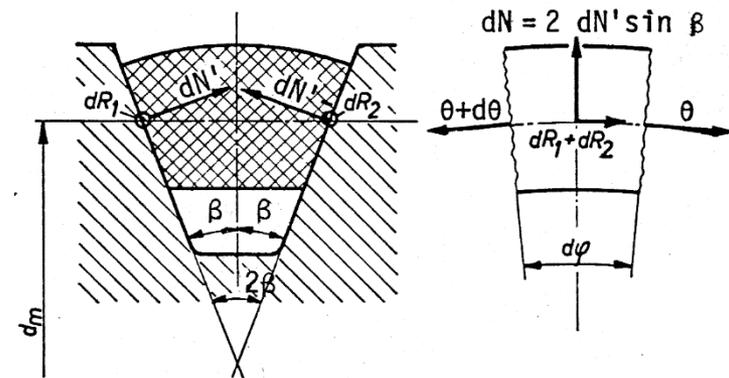
$$\mu_1 \Omega_1 = \mu_2 \Omega_2$$

- Comme l'angle embrassé sur la poulie 2 est supérieur, on constate que **le plus grand coefficient de transmission naît sur la petite poulie 1.**
- Dès lors à coefficient de frictions identiques $f_1=f_2$, **c'est sur la petite poulie 1 que le coefficient de transmission atteindra le premier la limite de friction du matériau et que c'est sur celle-ci que l'on observera le glissement d'ensemble en premier lieu.**

CAS DES COURROIES TRAPEZOIDALES

- Le cas des courroies trapézoïdales peut se déduire assez facilement des formules développées pour les courroies plates.

- Désignons par dN la réaction normale de la poulie sur l'élément $d\phi$.
- dN est la résultante des réactions dN' normales aux parois de la gorge.



- Il vient $dN = 2 dN' \sin \beta$

- On a $dF = dR_1 + dR_2 = 2 f dN' = \frac{2 f dN}{2 \sin \beta} = \frac{f}{\sin \beta} dN$

CAS DES COURROIES TRAPEZOIDALES

- Coefficient de friction apparent f' :

$$dF = f' dN \qquad f' = \frac{f}{\sin \beta}$$

- Les coefficient de transmission avec le coefficient de sécurité k :

$$\mu' = \frac{f}{\sin \beta k}$$

- La formule d'EULER est donc applicable au cas des courroies à profil trapézoïdal, à condition d'introduire le coefficient de frottement apparent en lieu et place du coefficient de frottement réel matière à matière.

CAS DES COURROIES TRAPEZOIDALES

- Cette analyse montre tout l'intérêt des courroies trapézoïdales par rapport aux courroies plates:
- A encombrement et caractéristiques de fonctionnement identiques et effets dynamiques négligés, le rapport T/t est multiplié par $\exp(1/\sin\beta)$ dans la formule d'Euler.
- Pour des valeurs courantes de β comprises entre 16° et 20° , ce terme conduit à des facteurs de l'ordre de 20, ce qui mène à des accroissements considérables des performances.

LAY-OUT

- Introduction
- Formules fondamentales
 - Définitions, rapport de réduction
 - Formule d'Euler
 - Calcul des tensions
 - Cas des courroies trapézoïdales
- Calcul de la tension de pose

TENSION DE POSE

- L'un des paramètres importants dans la transmission du mouvement est la **tension initiale de pose de la courroie**.
- Cette tension est celle qui règne dans toute la courroie en l'absence de couple sur les poulies motrices et réceptrice.
- Elle est généralement **réglée au moment de la pose de la courroie** par un système mécanique.
- Les tensions T et t dans la courroie en fonctionnement sont directement liés à la tension de pose T_0 .
- La relation nécessaire à la détermination des conditions de fonctionnement est déduite de l'étude de **l'allongement de la courroie**.

TENSION DE POSE

- Raideur de la courroie

$$K_s = S E_t$$

- Allongement relatif

$$\epsilon = K_s T(\phi) = S E_t T(\phi)$$

- La variation de la longueur de la courroie s'obtient en intégrant autour de de la fibre primitive la longueur sous tension

$$\Delta L = \int_L S E_t T(\phi) dL$$

- Sous l'action d'une tension constante, on a l'allongement

$$\Delta L = S E_t L T_0$$

TENSION DE POSE

- On admet que la **longueur de la courroie n'est pas modifiée au cours du fonctionnement**. Les paliers, les poulies... sont indéformables, les brins restent tendus.
- Il suffit d'exprimer que l'allongement de la courroie sous l'effet des tensions en charge reste égal à celui calculé sous l'effet de la tension de pose T_0 .
- L'allongement est la somme des allongements des deux brins plus la somme des allongements autour des poulies.

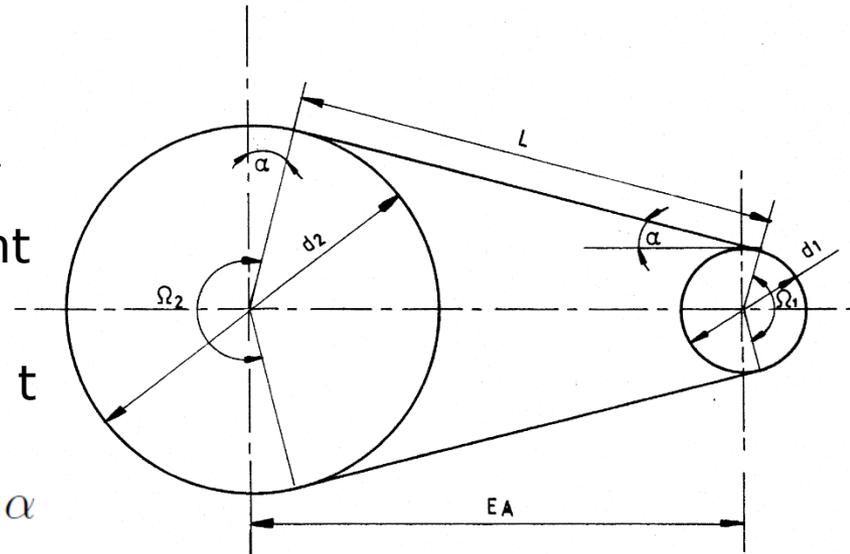
TENSION DE POSE

- Allongement en fonctionnement
- Brins soumis aux tensions T et t

$$\Delta(A_1A_2) = SE_t T a \cos \alpha$$

$$\Delta(B_1B_2) = SE_t t a \cos \alpha$$

- Le long de l'embrassement autour des poulies 1 et 2



$$\begin{aligned} \Delta(A_1B_1) &= \int_0^{\Omega_1} SE_t T(\phi) R_1 d\phi = \int_0^{\Omega_1} SE_t t e^{\mu \phi} R_1 d\phi \\ &= \frac{SE_t}{\mu_1} R_1 t (e^{\mu \Omega_1} - 1) = \frac{SE_t}{\mu_1} R_1 (T - t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta(A_2B_2) &= \int_0^{\Omega_2} SE_t T(\phi) R_2 d\phi = \int_0^{\Omega_2} SE_t t e^{\mu \phi} R_2 d\phi \\ &= \frac{SE_t}{\mu_2} R_2 t (e^{\mu \Omega_2} - 1) = \frac{SE_t}{\mu_2} R_2 (T - t) \end{aligned}$$

TENSION DE POSE

- Allongement en fonctionnement

$$\Delta L = a E S_t \cos \alpha (T + t) + (T - t) E S_t \left[\frac{R_1}{\mu_1} + \frac{R_2}{\mu_2} \right]$$

- Etant donné que

$$(T - t) R_1 = C_1$$

$$(T - t) R_2 = -C_2$$

- On trouve

$$L T_0 = a \cos \alpha (T + t) + \left[\frac{C_1}{\mu_1} - \frac{C_2}{\mu_2} \right]$$

- Montre clairement le lien entre les tensions dans les brins tendus T et mou t en fonctionnement d'une part et la tension de pose d'autre part.

TENSION DE POSE

- On peut déduire une expression approchée plus facile à manipuler en faisant l'hypothèse que **la tension varie linéairement** et pas exponentiellement le long de l'arc d'embrassement:

$$\tilde{T}_1 = T - \phi \frac{T - t}{\Omega_1} \quad \text{pour la poulie motrice 1}$$

$$\tilde{T}_2 = T - \phi \frac{T - t}{\Omega_2} \quad \text{pour la poulie réceptrice 2}$$

- Cela revient à faire une intégration approchée le long des arcs des poulies

$$\begin{aligned} \Delta(A_1 B_1) &= \int_0^{\Omega_1} S E_t \tilde{T}(\phi) R_1 d\phi = \int_0^{\Omega_1} S E_t \left(T - \phi \frac{T - t}{\Omega_1} \right) R_1 d\phi \\ &= S E_t R_1 \Omega_1 \frac{T + t}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta(A_2 B_2) &= \int_0^{\Omega_2} S E_t \tilde{T}(\phi) R_2 d\phi = \int_0^{\Omega_2} S E_t \left(T - \phi \frac{T - t}{\Omega_2} \right) R_2 d\phi \\ &= S E_t R_2 \Omega_2 \frac{T + t}{2} \end{aligned}$$

TENSION DE POSE

- L'expression approchée de l'allongement devient

$$\Delta L = ES_t L \frac{T + t}{2}$$

- En identifiant avec la tension au repos, il vient

$$\boxed{T + t = 2T_0}$$

- On peut encore écrire

$$T_0 = \frac{T + t}{2} = \frac{(\bar{T} + m'v^2) + (\bar{t} + m'v^2)}{2} = \bar{T}_0 + m'v^2$$

- Cela signifie que pour une tension de pose donnée, la tension productive moyenne diminue d'autant plus que la vitesse est grande et, en conséquence, l'effort transmissible Q diminue.

CHOIX D'UNE TENSION DE POSE

- On cherche à déterminer toutes les inconnues du système de transmission par courroie et poulies.

$$C_1 + (T - t) R_1 = 0$$

$$C_2 - (T - t) R_2 = 0$$

- Le couple de la poulie moteur C_1 étant supposé connu, il faut déterminer les 6 variables suivantes:

- T, t tensions dans les brins
- T_0 tension de pose,
- μ_1 et μ_2 facteur d'interaction,
- C_2 le couple de sortie.

$$\frac{T - m'v^2}{t - m'v^2} = \exp(\mu_1 \Omega_1)$$

$$\frac{T - m'v^2}{t - m'v^2} = \exp(\mu_2 \Omega_2)$$

$$k \mu_1 \leq f_1 \quad k \mu_2 \leq f_2$$

$$T + t = 2 T_0$$

- Par cela on doit résoudre le système d'équation suivant:

CHOIX D'UNE TENSION DE POSE

- Méthode de résolution:
 - Supposer que $k \mu_1 = f_1$
 - On peut alors utiliser les cinq autres équations pour déterminer les autres inconnues T, t, T_0, C_2, μ_2
 - Vérifier in fine que la seconde inégalité est bien respectée, sinon repartir l'hypothèse $k \mu_2 = f_2$

$$C_1 + (T - t) R_1 = 0$$

$$C_2 - (T - t) R_2 = 0$$

$$\frac{T - m'v^2}{t - m'v^2} = \exp(\mu_1 \Omega_1)$$

$$\frac{T - m'v^2}{t - m'v^2} = \exp(\mu_2 \Omega_2)$$

$$k \mu_1 \leq f_1 \quad k \mu_2 \leq f_2$$

$$T + t = 2T_0$$

CHOIX D'UNE TENSION DE POSE

- Une telle démarche permet de définir une tension de pose T_0 assurant un fonctionnement sans glissement avec un coefficient de sécurité k imposé.
- La suite de toute l'étude suppose que la limite de sécurité caractérisée par k est atteinte sur la plus des poulies, la poulie motrice.
- Les premières et la dernière équations donnent les expressions des tensions dans les brins tendus et mous en fonction du couple C_1 , de la tension de pose T_0

$$T = T_0 + \frac{C_1}{2 R_1}$$
$$t = T_0 - \frac{C_1}{2 R_1}$$

CHOIX D'UNE TENSION DE POSE

- En combinant ces équations avec l'équation d'Euler appliquée à la poulie 1

$$C_1 = 2 (T_0 - m'v^2) R_1 \frac{\exp(\mu_1 \Omega_1) - 1}{\exp(\mu_1 \Omega_1) + 1}$$

- On met en évidence le fait que pour Ω_1 , v , et μ_1 étant donnés, le couple C_1 varie linéairement en fonction de la tension de pose T_0 .
- Il est courant de définir

$$C(\Omega_1) = \frac{\exp(\mu_1 \Omega_1) - 1}{\exp(\mu_1 \Omega_1) + 1}$$

- Une autre expression

$$C_1 = 2 (T_0 - m'v^2) R_1 C(\Omega_1)$$

CHOIX D'UNE TENSION DE POSE

- Certains fabricants définissent encore un coefficient $A(\Omega)$ appelé **facteur d'arc de transmission**:

$$C(\Omega_1) = \frac{\exp(\mu_1 \Omega_1) - 1}{\exp(\mu_1 \Omega_1) + 1} \quad A(\Omega) = \frac{C(\Omega)}{C(\pi)}$$

- ce coefficient est utilisé par le fabricant pour corriger la puissance transmissible à partir d'une valeur de référence correspondant à un angle d'enroulement de 180° .
- On donne alors le couple de manière suivante

$$C_1 = 2 (T_0 - m'v^2) R_1 C(\pi) A(\Omega_1)$$

VALEUR MINIMALE DE TENSION DE POSE

- Le respect du coefficient de sécurité de glissement k s'écrit:

$$k \mu_1 = f_1 \quad \text{et} \quad k \mu_2 \leq f_2$$

- Si on suppose que c'est la poulie 1 qui fonctionne à la limite du coefficient de frottement

$$T_0 = \frac{C_1}{2 R_1} \frac{\exp(k f_1 \Omega_1) + 1}{\exp(k f_1 \Omega_1) - 1} + m'v^2$$

- On vérifie que pour la poulie 2, on a

$$T_0 \geq \frac{C_1}{2 R_1} \frac{\exp(k f_2 \Omega_2) + 1}{\exp(k f_2 \Omega_2) - 1} + m'v^2$$

VALEUR MINIMALE DE TENSION DE POSE

- Dans la pratique le facteur de sécurité k est généralement choisi proche de 2.
- Toutefois la prise en compte des surcharges éventuelles lors de démarrages, ou d'arrêts fréquents, de couples fortement variables, mauvaises conditions de fonctionnement, on impose un coefficient de sécurité souvent majoré.
- Pour des raisons de simplicité de calcul, les constructeurs proposent dans leurs méthodes de détermination pratique d'appliquer cette majoration à la puissance transmissible par la courroie et non comme facteur de sécurité de glissement.

CONTRÔLE DE LA TENSION DE POSE

- Le contrôle de la tension peut être réalisé par l'un des deux moyens suivants:
 - Par la **mesure de l'allongement relatif de la courroie**: 0,6% à 1% suivant le type de courroie et la régularité de la charge

Allongement	Couple moteur		
Courroie	Régulier	Variable	Très variable
Étroite	0,6	0,8	1,0
Classique	0,5	0,6	0,8

- Par la **mesure de la flèche du brin rectiligne sous un effort donné F** , normal à ce brin et appliqué en son milieu. La flèche f est liée à l'effort F et à la tension de pose T_0 par la relation

$$f = \frac{F a \cos \alpha}{4 T_0}$$

CONTRÔLE DE LA TENSION DE POSE

- L'expression de la flèche de contrôle s'obtient par l'étude de l'équilibre de l'éléments de courroie au voisinage du point d'application de la charge de test F.
- Cet équilibre s'exprime par la relation

$$F = 2 T_0 \sin \Phi$$

- L'angle Φ est petit et le long du brin de longueur $a \cos \alpha$, on a

$$\sin \Phi \simeq \tan \Phi \simeq \frac{2 f}{a \cos \alpha}$$

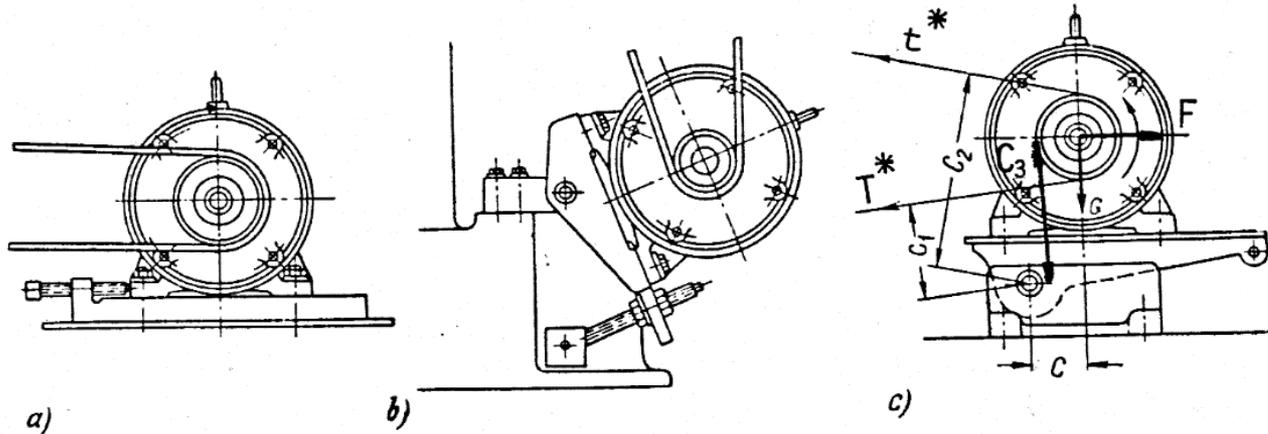
- On obtient

$$F = \frac{4 T_0 f}{a \cos \alpha}$$

- Généralement l'effort F est choisi de façon à provoquer une flèche f égale à 1% de la portée $a \cos \alpha$.

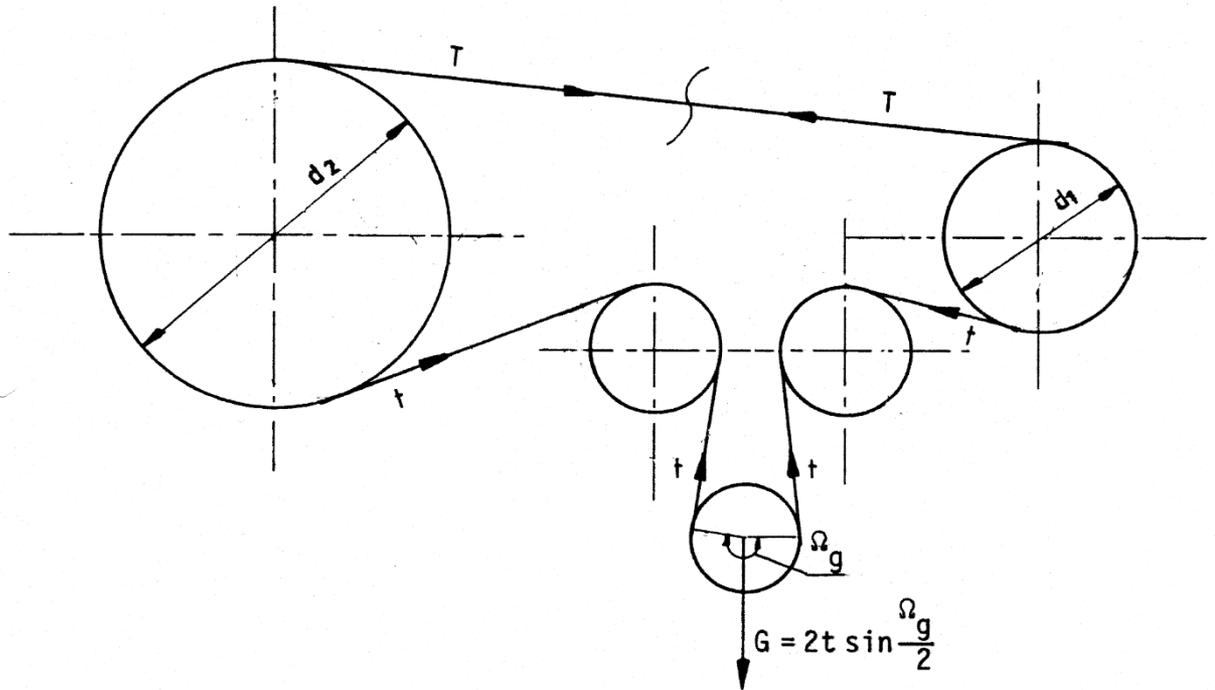
DISPOSITIFS POUR REALISER LA TENSION DE POSE

- 1/ La précontrainte est appliquée par variation forcée d'entraxe
- Dans le cas de cette méthode simple à mettre en œuvre, le moteur électrique entraînant la poulie motrice est fixée sur un socle réglable en position qui permet un accroissement forcé d'entraxe de plusieurs centimètres (action de tirants filetés ou de vis de poussée).



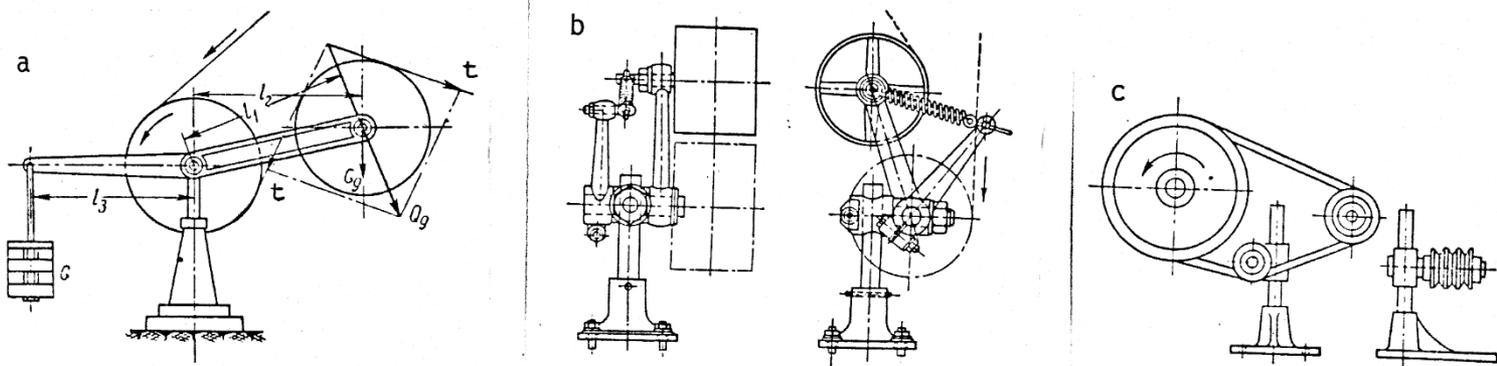
DISPOSITIFS POUR REALISER LA TENSION DE POSE

- 2/ L'effort dans le brin mou est maintenu constant quel que soit l'allongement de la courroie en régime



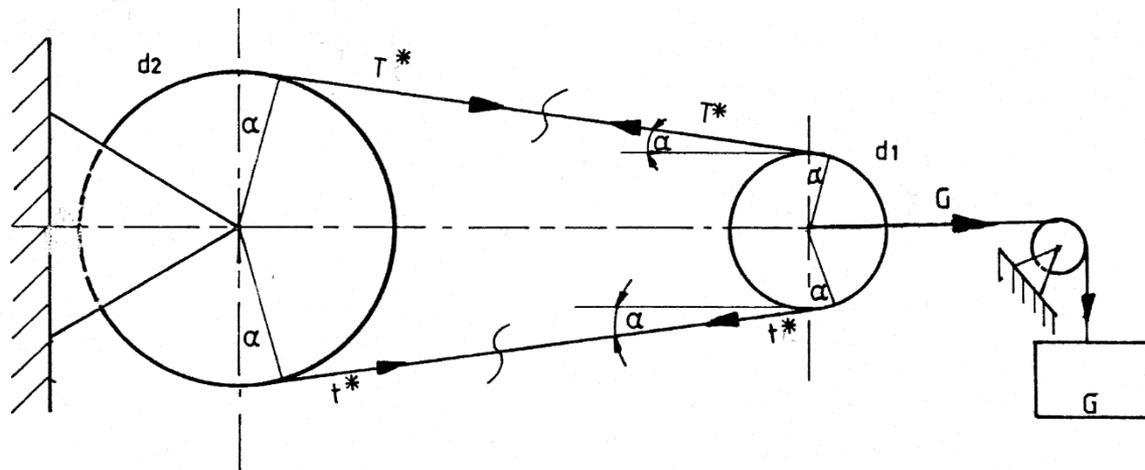
DISPOSITIFS POUR REALISER LA TENSION DE POSE

- La Figure présente la solution du galet tendeur classique, constitué d'une poulie folle à jante lisse appuyée à la surface extérieure du brin mou (brin mené).
- Ce galet tendeur est généralement placé du côté de la petite poulie, afin d'accroître Ω l'angle d'embrassement apparent minimum, caractéristique de la transmission.



DISPOSITIFS POUR REALISER LA TENSION DE POSE

- 3/ Réglage de la tension par application d'un effort constant à l'axe de la poulie motrice, quel que soit l'allongement de la courroie en régime
- La tendance actuelle est d'assurer un réglage automatique des tensions dans les brins en fonction de la charge périphérique réellement développée ($t + T$) des efforts d'entrée et de sortie.



DISPOSITIFS POUR REALISER LA TENSION DE POSE

- 4/ Dispositifs particuliers permettant un asservissement des tensions
- La tendance actuelle est d'assurer un réglage automatique des tensions dans les brins en fonction de la charge périphérique réellement développée. Le principe de fonctionnement des dispositifs prévus à cet effet est schématisé à la Figure. Il consiste à utiliser le moment réactif du stator d'un moteur électrique ou d'une transmission par engrenage.

