



# TRANSMISSION DE PUISSANCE

## Partim : Engrenages

---

Pierre Duysinx

LTAS – Ingénierie de Véhicules Terrestres

Département Aérospatiale & Mécanique

Université de Liège

Année Académique 2021-2022

# INTRODUCTION



# Introduction

---

- Les systèmes de transmission servent à **transmettre de la puissance** dans le sens où **les mouvements servent principalement à transférer de l'énergie mécanique** d'une pièce à une autre.
- Systèmes de transmission des plus petites aux plus grandes puissances:
  - Fine mécanique et horlogerie: quelques  $\mu\text{W}$
  - Mécatronique : mécanismes de petites tailles: quelques dizaines de watts
  - Véhicules: de quelques centaines de Watts à plusieurs dizaines de kW
  - Production d'énergie: de quelques kW à au MW.

# Introduction

---

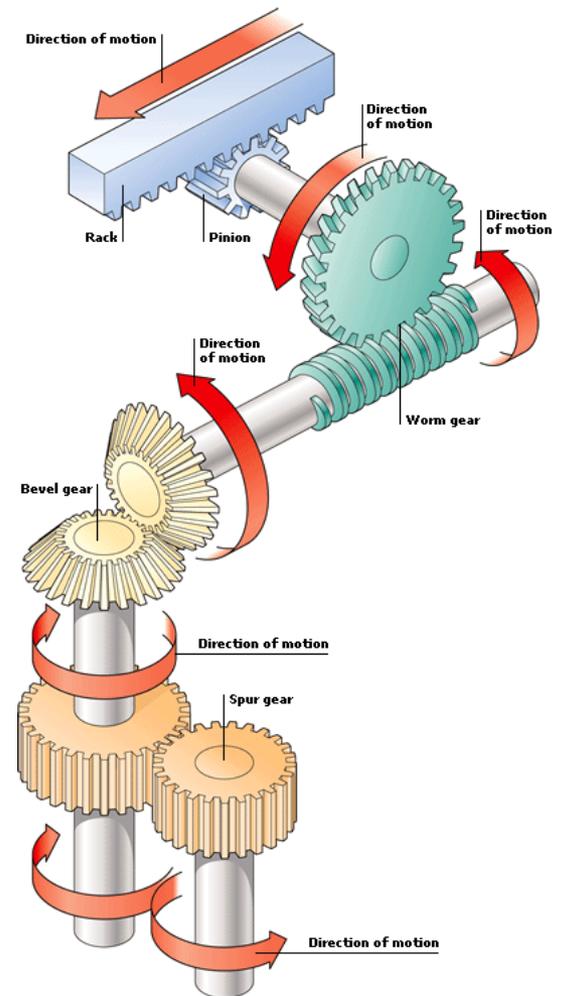
- Transmission rotation – rotation
  - Engrenages
  - Courroie & poulie
  - Chaîne
  - Galet
  
- Transmission rotation – translation
  - Pignon – crémaillère
  - Vis, vis à billes
  - Roue sol, roue rail
  - Came
  - Bielle manivelle
  - ...

# LES ROUES DENTEES



# Définitions

- On appelle **roues dentées** des corps de révolution pourvus de dents par le contact desquelles un mouvement de rotation peut être transmis d'un arbre moteur vers un arbre récepteur.
- L'engrènement d'une roue dentée avec une **crémaillère** transforme la rotation de la roue en un déplacement de translation de la crémaillère et vice-versa.



# Avantages des engrenages

---

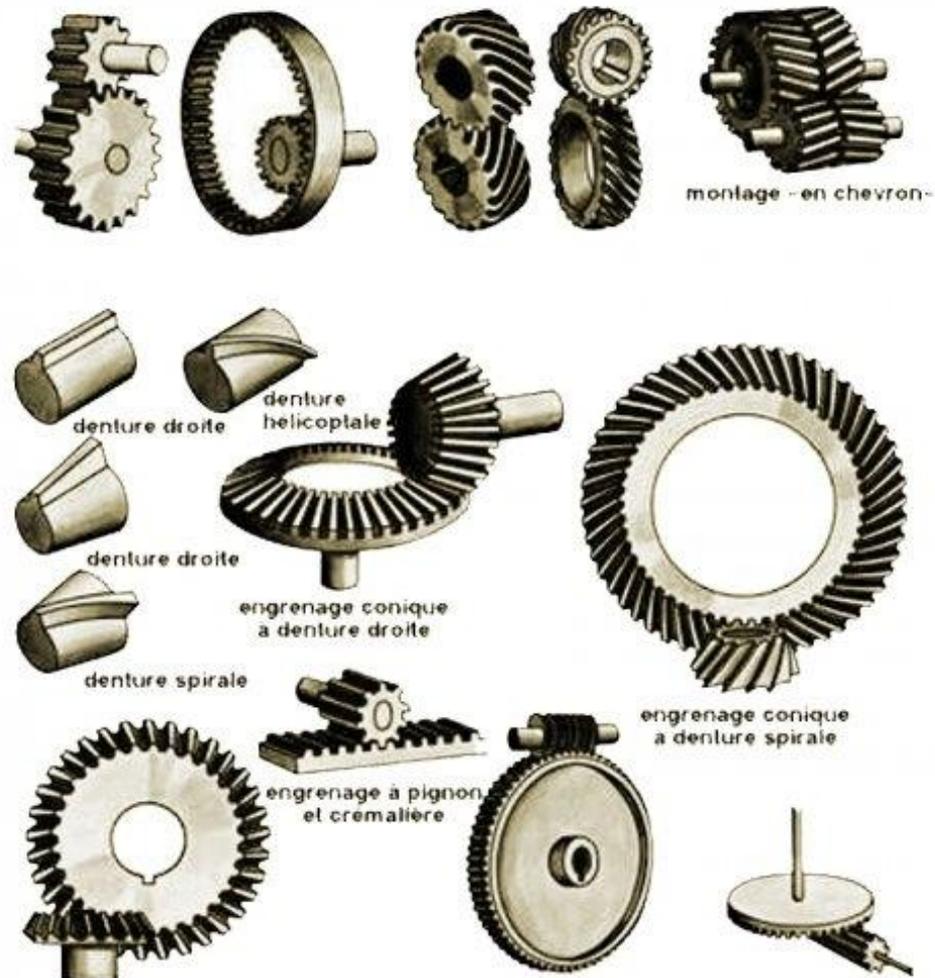
- Transmission des plus petites aux plus grandes machines
- Rapport constant des vitesses quelle que soit la charge
- Rendement de transmission élevé
- Disposition quelconque des axes des roues, même si les axes parallèles sont la meilleure solution
- Sécurité de service et durée de vie élevée
- Entretien restreint (graissage)
- Compacité et encombrement faible

# Désavantages des engrenages

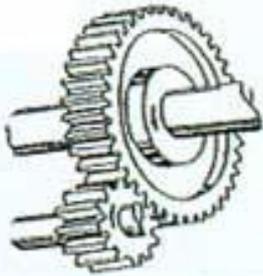
---

- Prix de revient relativement élevé (par rapport à d'autres solutions)
- Niveau sonore parfois gênant (dépend du type d'engrenages)
- Transmission rigide entre les arbres
- Amortissement peu efficace des à-coups et des vibrations
- Interchangeabilité limitée (même module nécessaire)
- Relativement faible rapport de réduction par train

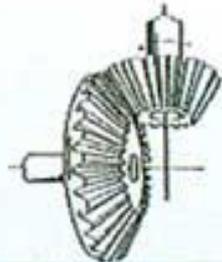
# Types d'engrenages



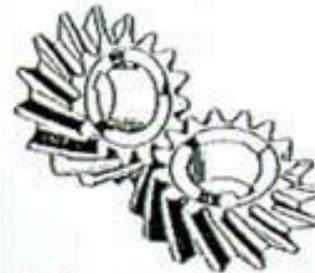
# Types d'engrenages



**Spur Gears**  
Transmissions



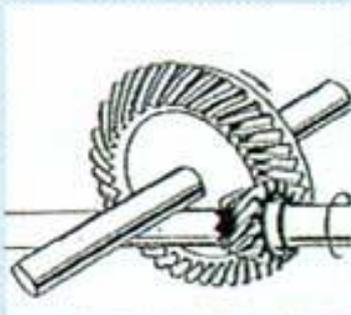
**Straight Bevel Gears**  
Industrial Equipment  
Some Differentials



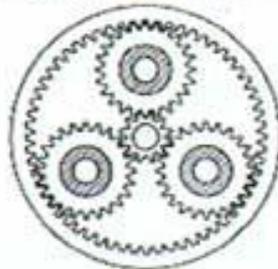
**Spiral Bevel Gears**  
Industrial Equipment  
Some Differentials



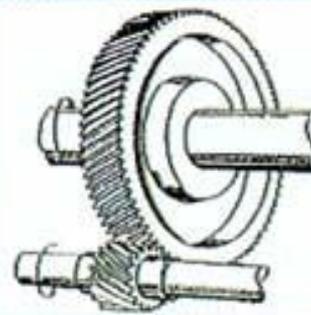
**Worm Gear Set**  
Gear Reduction Boxes



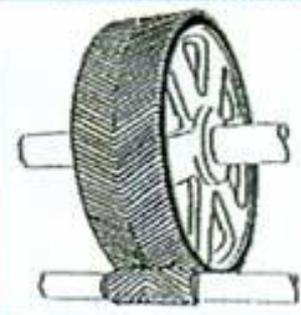
**Hypoid Gears**  
Differentials



**Planetary Gear Set**  
Transmissions



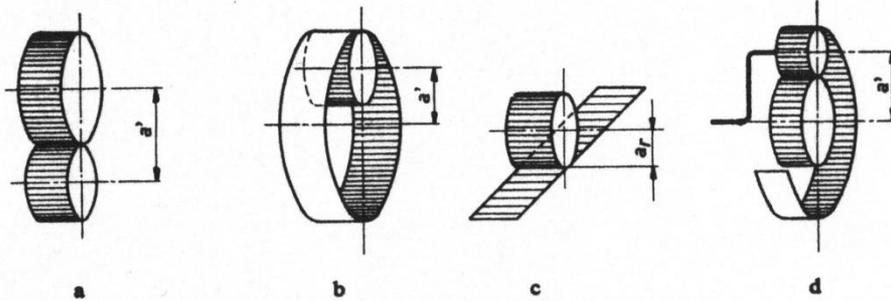
**Helical Gears**  
Transmissions



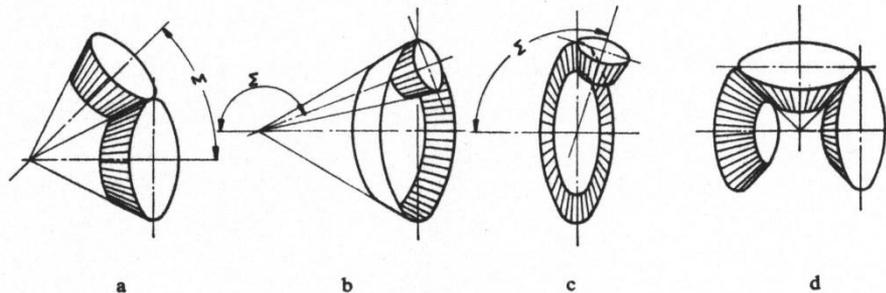
**Herringbone Gears**  
Transmissions

# Types d'engrenage

- **Engrenages à axes parallèles**: les surfaces primitives sont des cylindres qui roulent sans glisser l'un sur l'autre

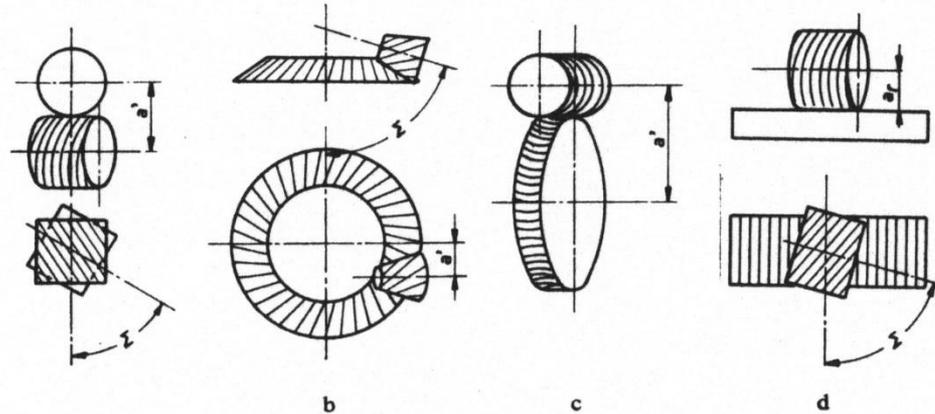


- **Engrenages à axes concourants**: les surfaces primitives sont des troncs de cône qui roulent sans glisser l'un sur l'autre

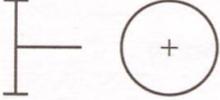
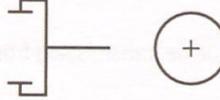
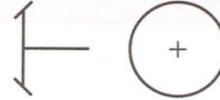
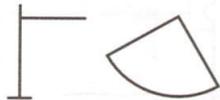
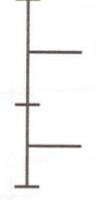
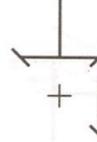
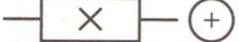
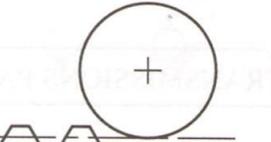
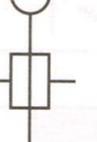
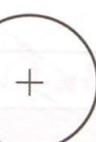
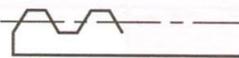


# Types d'engrenage

- **Engrenages à axes gauches**: les axes des roues sont gauches c.-à-d. ni concourants ni parallèles. Les surfaces primitives théoriquement des hyperboloïdes roulent et **glissent** l'une sur l'autre. Les surfaces utilisées pratiquement sont des cylindres, des troncs de cônes, ou des tores.



# SCHEMATISATION DES ENGRENAGES

Roue à denture extérieure		Types de dentures*			
		Droite	Hélicoïdale	Chevron	Spirale
Roue à denture intérieure					
		* Indication facultative.			
Roue cônica		Exemples d'applications			
Secteur denté					
Vis sans fin					
Crémaillère					



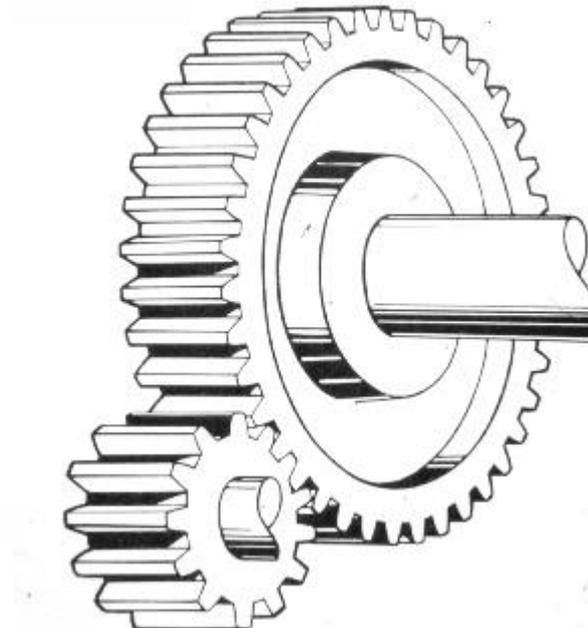
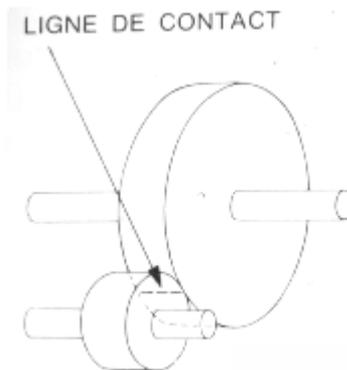
---

# **ENGRENAGES A DENTURES DROITES**

# ENGRENAGES A DENTURES DROITES

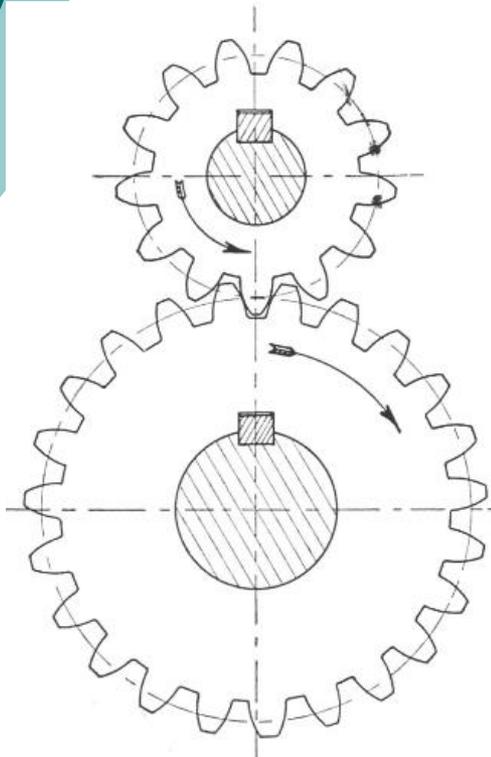
---

- Très utilisé, l'engrenage à denture droite est l'engrenage le plus simple
- Il se comporte cinématiquement comme deux cylindres (roues de friction) en contact sur une génératrice.



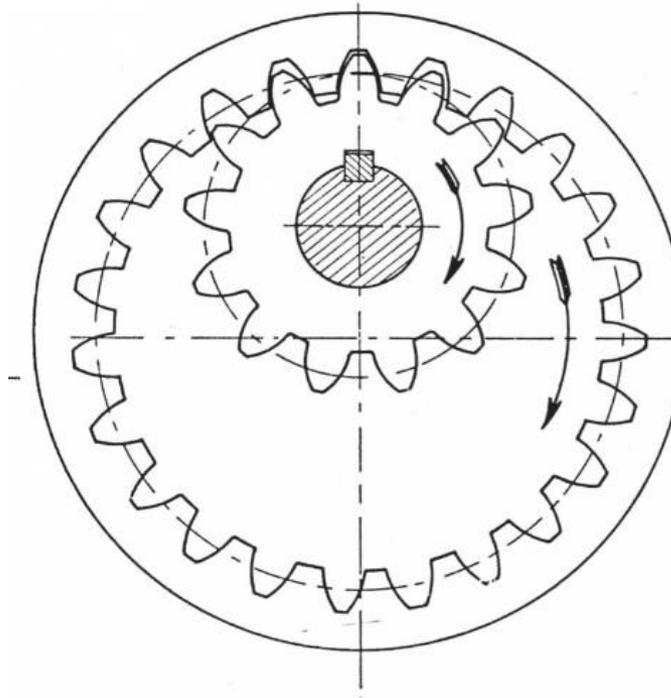
# ENGRENAGES A DENTURES DROITES

**Contact extérieur**



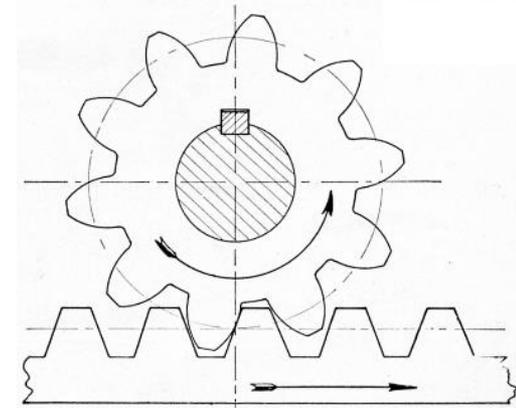
*Inversion du sens de rotation*

**Contact intérieur**



*Conservation du sens de rotation*

**Pignon  
crémaillère**



*Transformation de  
rotation en translation  
ou inversement*

# RAPPORT DE REDUCTION

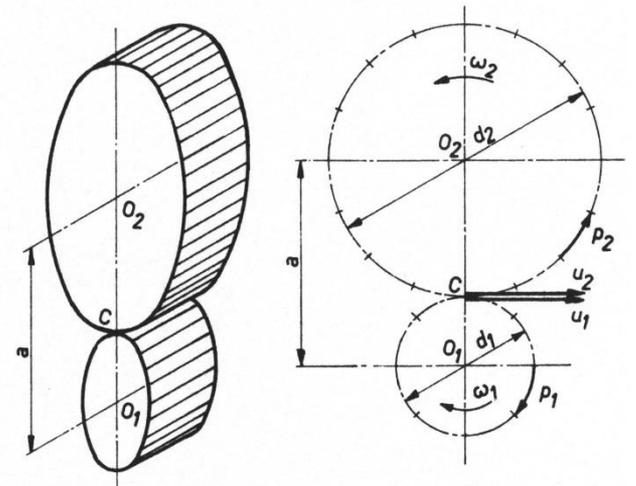
- Deux roues dentées en prise se comportent comme deux cylindres de diamètres primitifs  $d_{01}$  et  $d_{02}$  roulant l'un sur l'autre

- Le rapport de réduction  $i$

$$\frac{d_{02}}{d_{01}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = i > 1$$

- Le facteur d'amplification du couple

$$m_A = \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_{02}}{d_{01}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = i \geq 1$$



# MODULE METRIQUE

---

- Soit  $p$  le pas, distance entre deux parties de profils identique,
- Soit  $Z_1$  et  $Z_2$  les nombres entiers de dents du pignon 1 et de la roue 2, on peut écrire:

$$\pi d_{01} = Z_1 p_1 \quad \pi d_{02} = Z_2 p_2$$

$$d_{01} = Z_1 \frac{p_1}{\pi} \quad d_{02} = Z_2 \frac{p_2}{\pi}$$

$$p_1 = p_2 = p$$

- Le **module métrique** (en mm) est le rapport

$$m = \frac{p}{\pi}$$

# MODULE METRIQUE

- Le module métrique est à la base du calcul des engrenages.
- Il est la base de la normalisation des engrenages en Europe continentale

Tableau LII  
Module métrique  $m$ , pas primitif  $p$  et pas de base  $p_b$

Modules 0,5 à 1,5			Modules 2 à 6			Modules 8 à 25		
$m$	$p$	$p_b$	$m$	$p$	$p_b$	$m$	$p$	$p_b$
0,5	1,570 796	1,476 066	2	6,283 185	5,904 263	8	25,132 74	23,617 05
0,6	1,884 956	1,771 279	2,5	7,853 982	7,380 329	10	31,415 93	29,521 31
0,8	2,513 274	2,361 705	3	9,424 778	8,856 394	12	37,699 11	35,425 58
1	3,141 593	2,952 131	4	12,566 371	11,808 526	16	50,265 48	47,234 10
1,25	3,926 991	3,690 164	5	15,707 963	14,760 657	20	62,831 85	59,042 63
1,5	4,712 389	4,428 197	6	18,849 556	17,712 789	25	78,539 82	73,803 29

# MODULE METRIQUE

---

- Les diamètres primitifs des roues cylindriques à dentures droites sont calculés par les relations

$$d_{01} = Z_1 m \quad d_{02} = Z_2 m$$

- Il vient aussi que le rapport de réduction s'écrit aussi

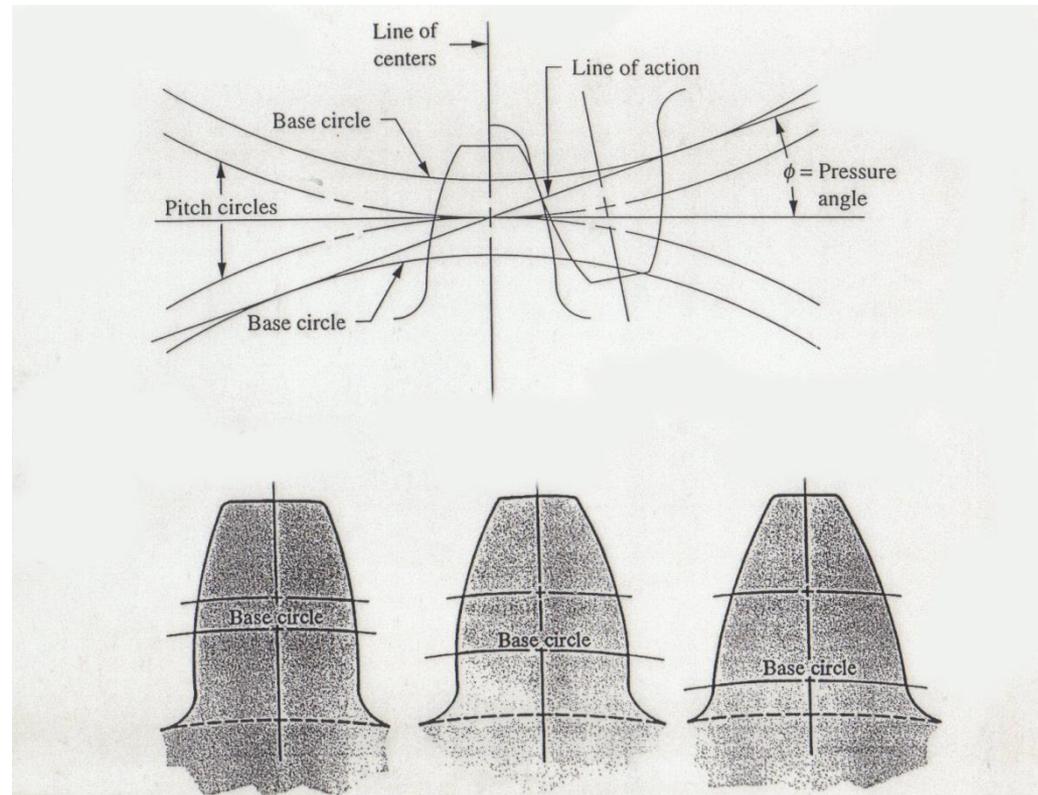
$$i = \frac{Z_2}{Z_1}$$

- Et l'entre-axe:

$$a_0 = \frac{d_{01} \pm d_{02}}{2} = m \frac{Z_1 \pm Z_2}{2}$$

# FORCE ET ANGLE DE PRESSION

- Les **angles de pression**  $\alpha_0$  sont normalisés et peuvent prendre un petit nombre de valeurs:  $14,5^\circ$  (rare),  $20^\circ$  (le plus courant),  $25^\circ$



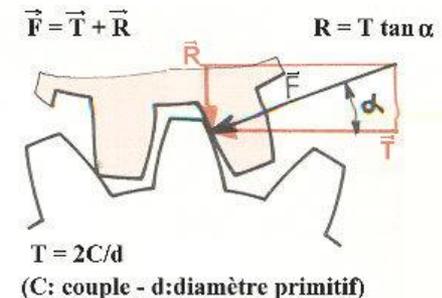
# FORCE ET ANGLE DE PRESSION

- L'existence de l'angle de pression  $\alpha_0$  entraîne l'apparition de forces radiales  $F_r$  et tangentielles  $F_t$  dont la composition donne la force de pression transmise de dent à dent

$$F_t = F_n \cos \alpha_0$$

$$F_r = F_n \sin \alpha_0$$

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_0$$



- En réalité c'est la force tangentielle qui est donnée car elle est calculée par la puissance transmise

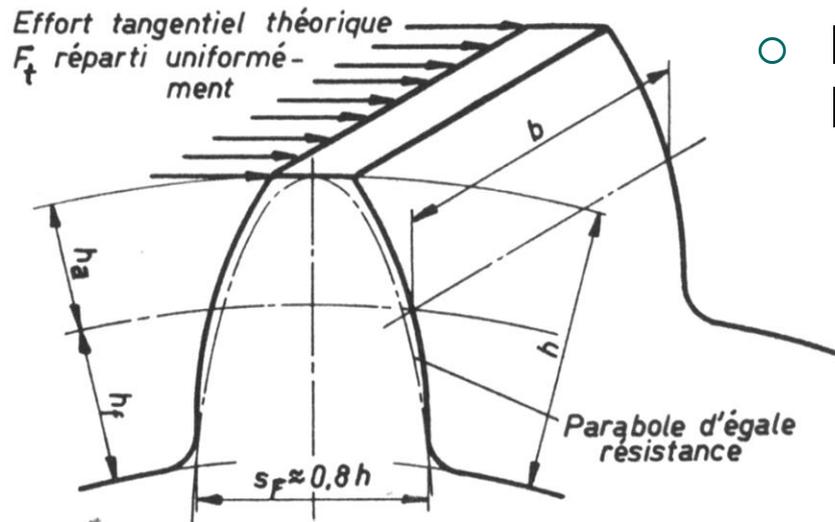
$$F_t \frac{d_{oi}}{2} \omega_i = \mathcal{P}$$

- Et puis on calcule la force radiale  $F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_0$

# CONTRAINTES DE FLEXION

- Formule de résistance de la dent à la flexion dérivée de la formule de Lewis

$$\sigma = \frac{F_t}{b m J} \frac{K_a K_m}{K_v} K_s K_B K_I$$



- Formule de résistance de la dent à la flexion à la pression de contact

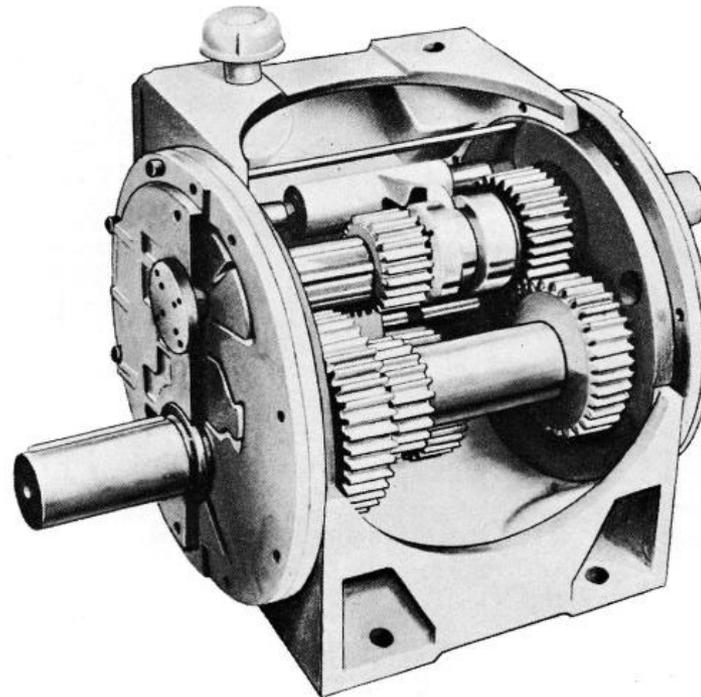
$$p_{max} = C_p \sqrt{\frac{F_t}{b d_0 I} \frac{C_a C_m}{C_v} C_s C_f}$$

# ENGRENAGES A DENTURES DROITES

---

- Très utilisés dans beaucoup de mécanismes, ils présentent cependant comme inconvénient de générer du **bruit** et des **vibrations** dus essentiellement à la flexion des dents durant l'engrènement.

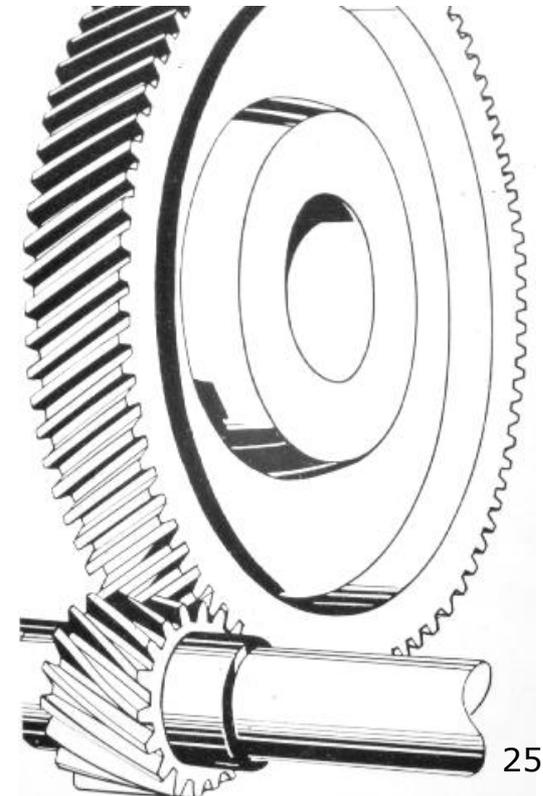
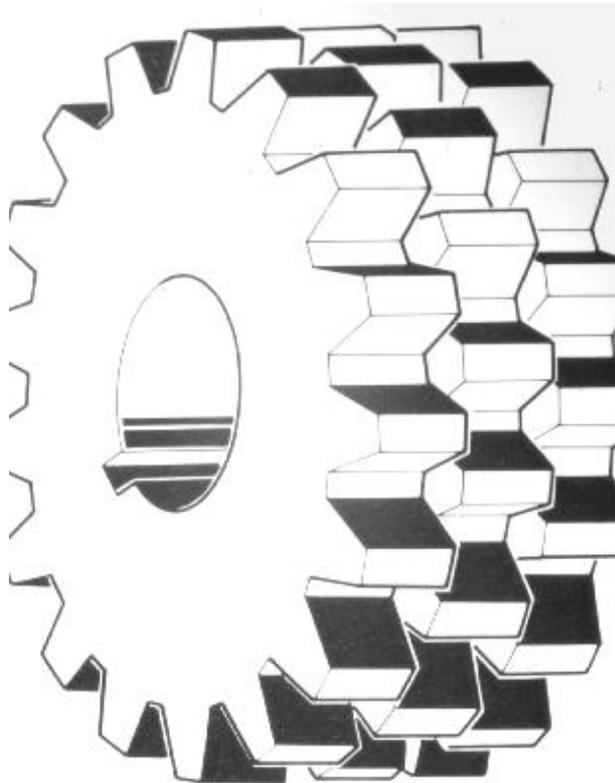
***Boite de vitesse pour machine***



# ENGRENAGES A DENTURES HELICOIDALES

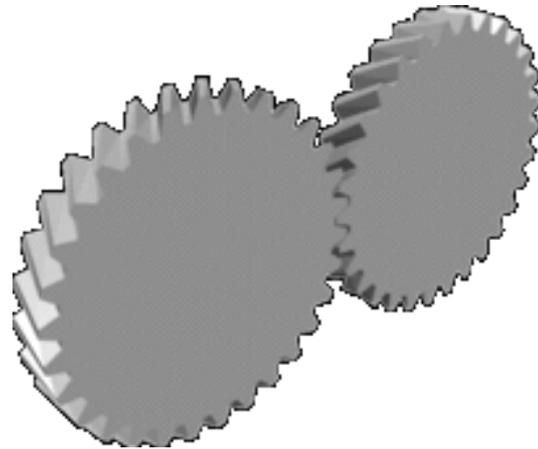
---

- Pour supprimer cet inconvénient, l'engrènement doit être plus progressif → dentures cylindriques hélicoïdales



---

# DENTURE HELICOÏDALE



# DENTURE HELICOIDALE

---

## **AVANTAGES** (par rapport aux dentures droites)

- Toujours plusieurs dents en prise → Régularité de la transmission à haute vitesse
- Moins d'usure et niveau sonore plus bas: chocs dus à la flexion des dents sont moindres
- Possibilité d'obtenir de façon précise des entraxes de dimension souhaitée en modifiant l'angle d'hélice
- Possibilité de transmettre un mouvement entre deux axes orthogonaux non concourants

# DENTURE HELICOIDALE

---

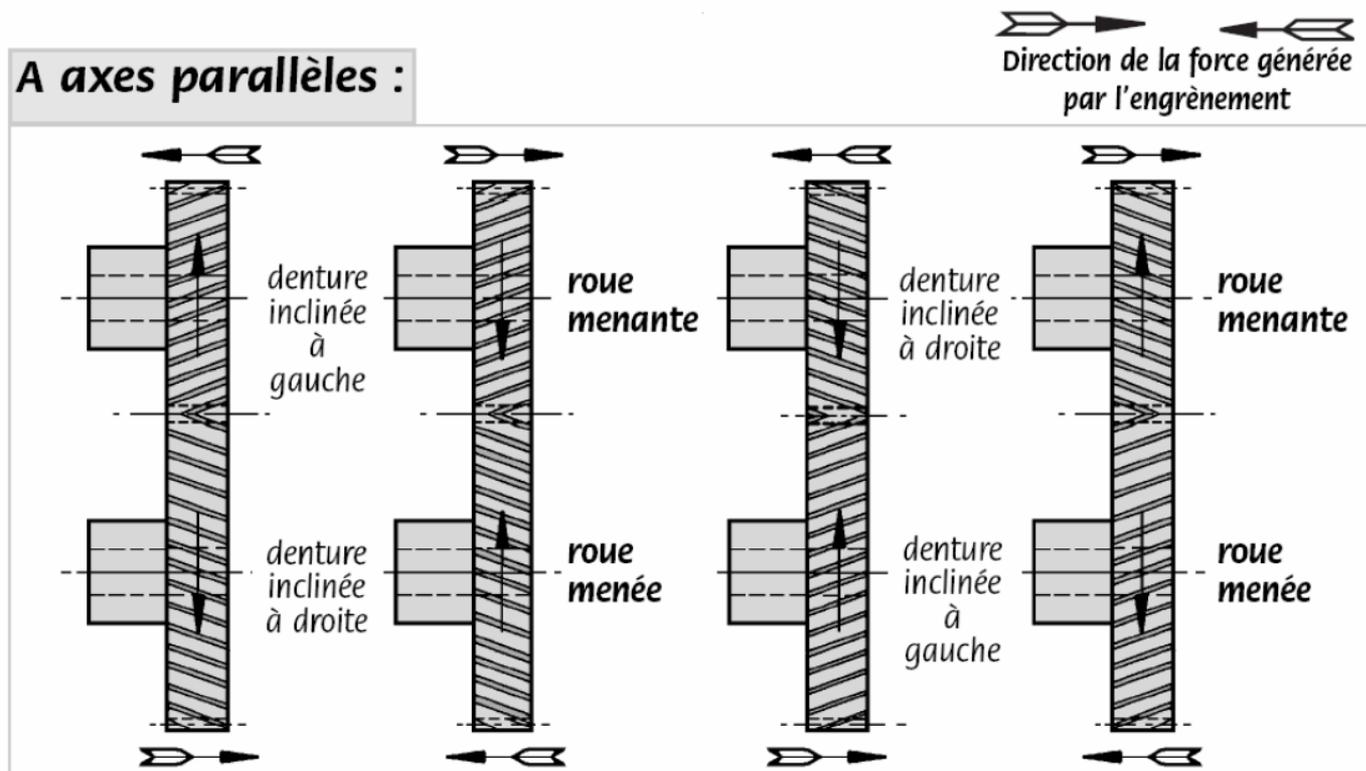
## INCONVENIENT

- Plus chère que la denture droite
- Création d'une composante axiale de l'effort de contact
- Impose souvent la mise en place dans les paliers de roulements spécifiques capables de reprendre ce type d'effort
- Solution possible: inverser le sens de l'hélice sur deux roues dentées portées par le même arbre, roues dentées en chevron.



# ENGRENAGES A DENTURES HELICOIDALES

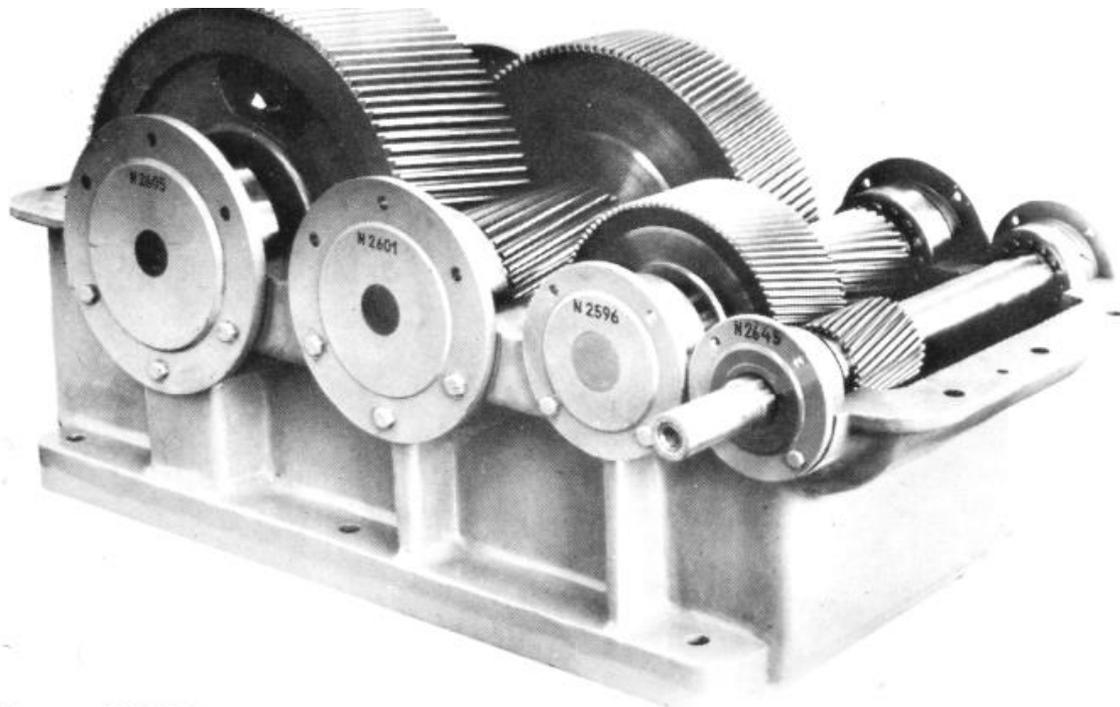
- Très utilisés, les engrenages à dentures hélicoïdales présentent cependant l'inconvénient de générer des **efforts axiaux** induits par l'inclinaison des dents.



# ENGRENAGES A DENTURES HELICOIDALES

---

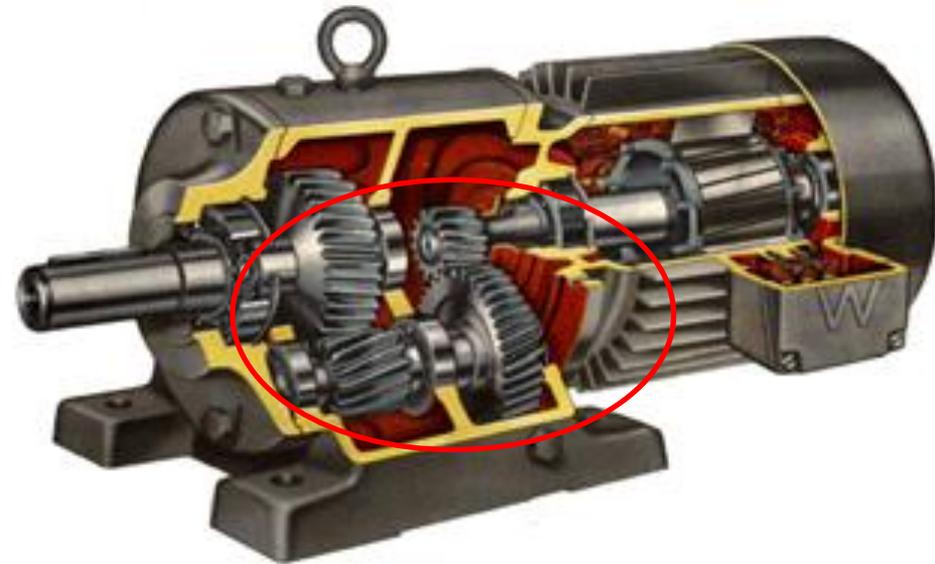
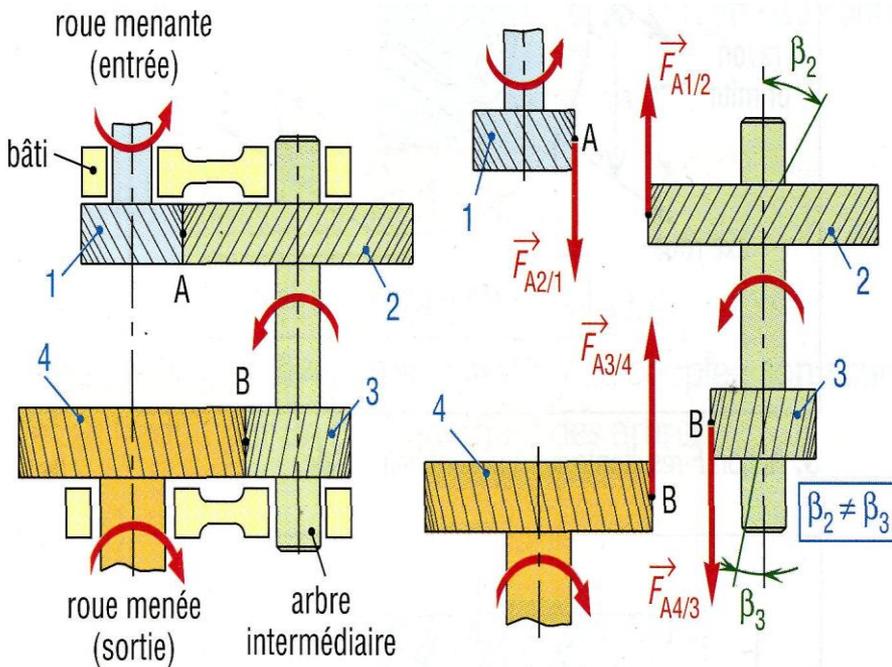
- Dans les mécanismes de grande puissance, ces efforts axiaux sont à l'origine de fatigue et d'usure sur les paliers de guidage des arbres.



Réducteur WGW type SC 4, 37,5 ch, rapport 1/50

# DENTURE HELICOIDALE

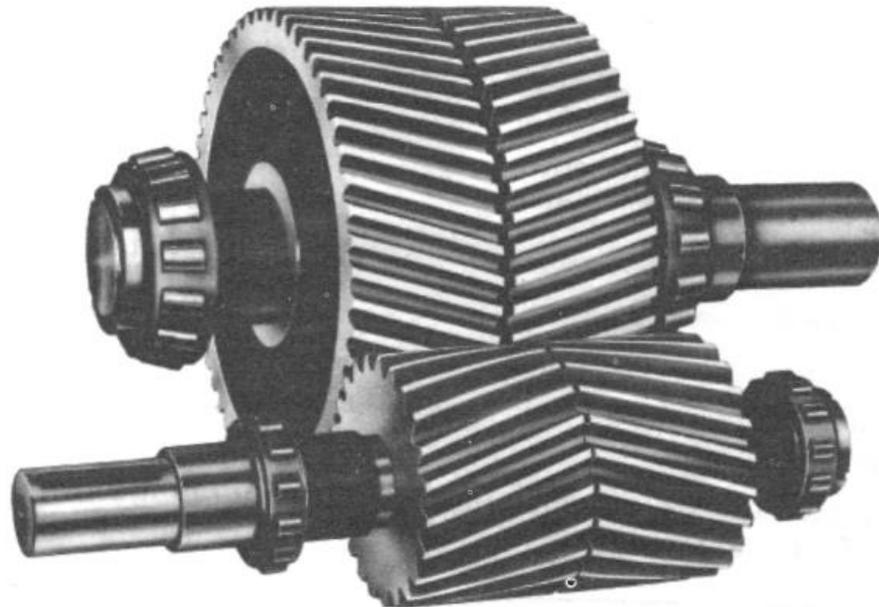
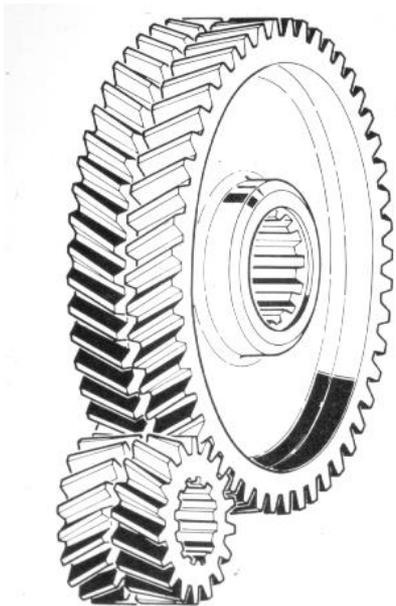
- Les dentures sur les arbres intermédiaires doivent être inclinées dans le même sens pour que les efforts axiaux se compensent (dirigés en sens inverses).



# ENGRENAGES A DENTURES A CHEVRONS

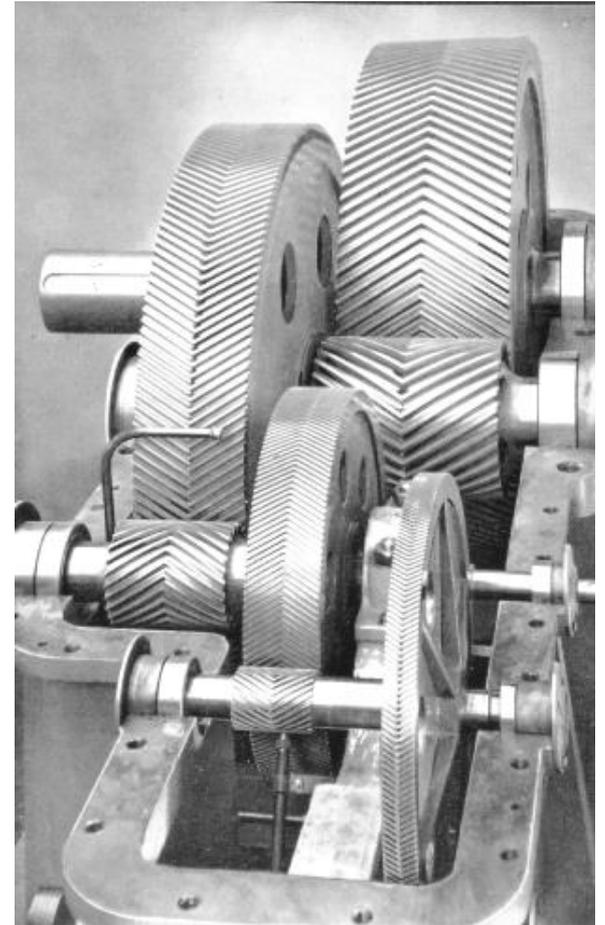
---

- Il peut alors s'avérer intéressant d'utiliser des roues à chevrons.
- En plaçant deux engrenages hélicoïdaux de sens d'inclinaison opposés côte à côte sur le même axe, on élimine les efforts axiaux



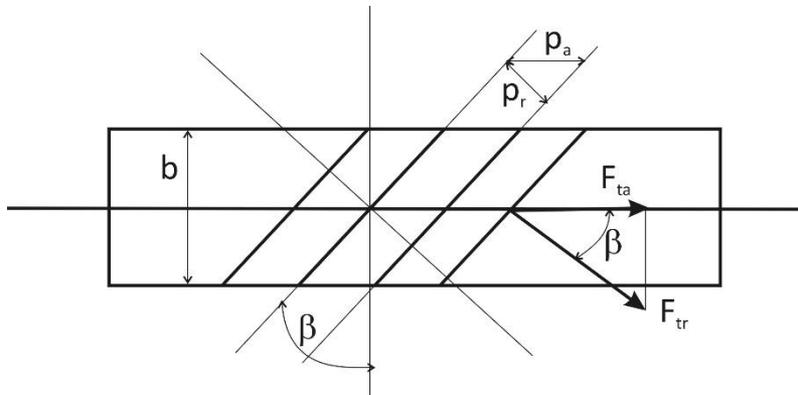
# ENGRENAGES A DENTURES A CHEVRONS

- Cette solution qui pourrait paraître idéale est peu utilisée car le coût de fabrication des roues à chevrons est très élevé.



# DENTURE HELICOIDALE:

- Les profils sont toujours en développante de cercle mais l'axe des dents est incliné d'un angle  $\beta$  par rapport à l'axe principal du cylindre primitif



$$p_a = \frac{p_r}{\cos \beta_0}$$

$$p_x = \frac{p_r}{\sin \beta_0}$$

- On définit : le **profil réel**  $p_r$  contenu dans le plan perpendiculaire à l'axe des dents. Il est **normalisé**.
- Le **profil apparent**  $p_a$  contenu dans le plan perpendiculaire à l'axe du cylindre.

# Module et pas apparent

---

- Le module réel est normalisé et est donné par celui de la crémaillère

$$p_r = \pi m_r$$

- Le pas apparent et module apparent s'en déduit

$$p_a = \pi m_a \qquad m_a = \frac{m_r}{\cos \beta_0}$$

- Le diamètre primitif

$$d_0 = Z m_a = Z \frac{m_r}{\cos \beta_0}$$

- L'entraxe

$$a_0 = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} = m_r \frac{Z_1 + Z_2}{2 \cos \beta_0}$$

---

# ENGRENAGES CONIQUES A AXES CONCOURANTS



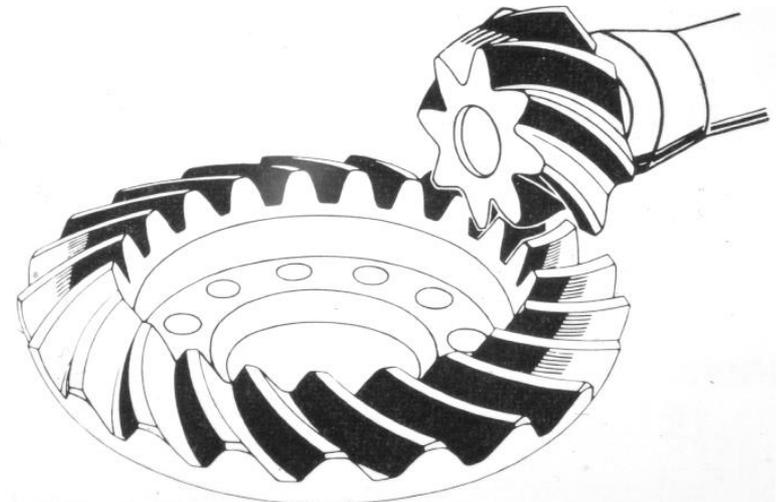
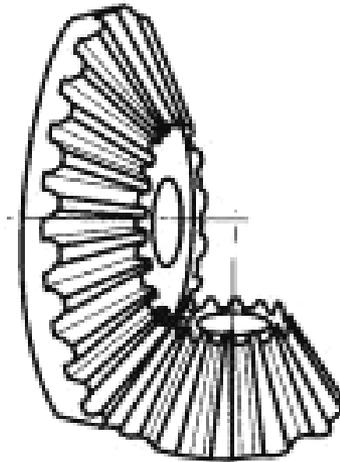
# ENGRENAGES CONIQUES

---

- Lorsque les axes ne sont pas parallèles, il est nécessaire d'utiliser d'autres types d'engrenages. Les engrenages coniques permettent de transmettre le mouvement entre deux axes concourants.



***Conique droit***

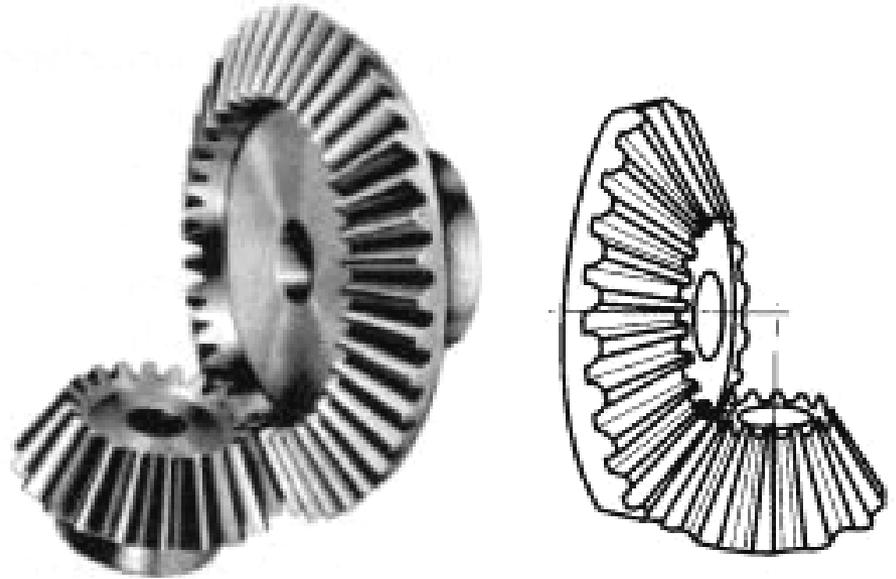


***Conique hypoïde***

# ENGRENAGES CONIQUES

---

- Les engrenages droits à denture conique permettent un renvoi d'angle à  $90^\circ$ .
- Nécessite un montage précis: les sommets des deux cônes doivent être confondus.
- Les engrenages coniques sont conçus pour fonctionner par paires.



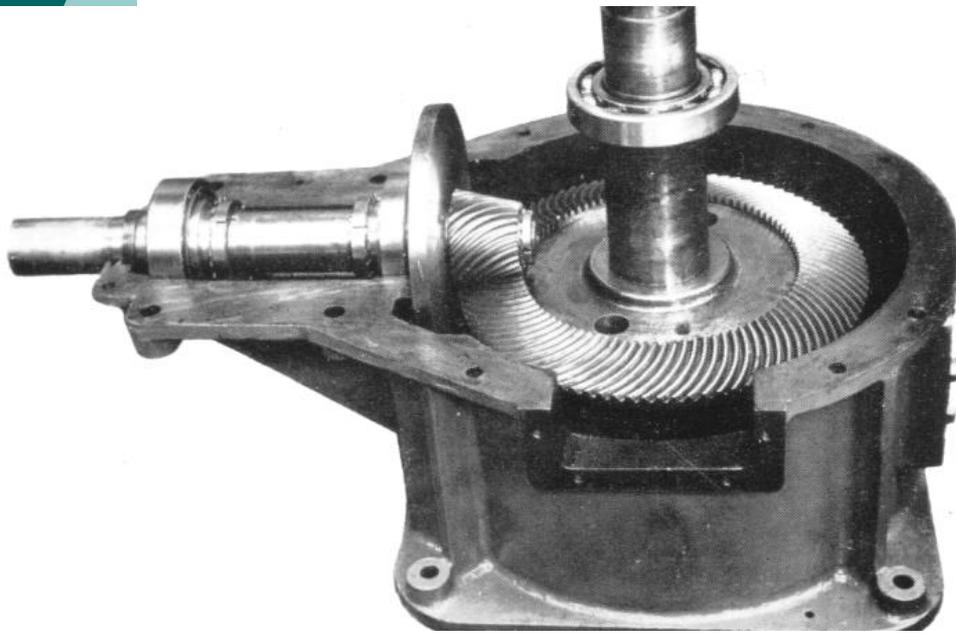
***Conique droit***

# ENGRENAGES SPIRO CONIQUES

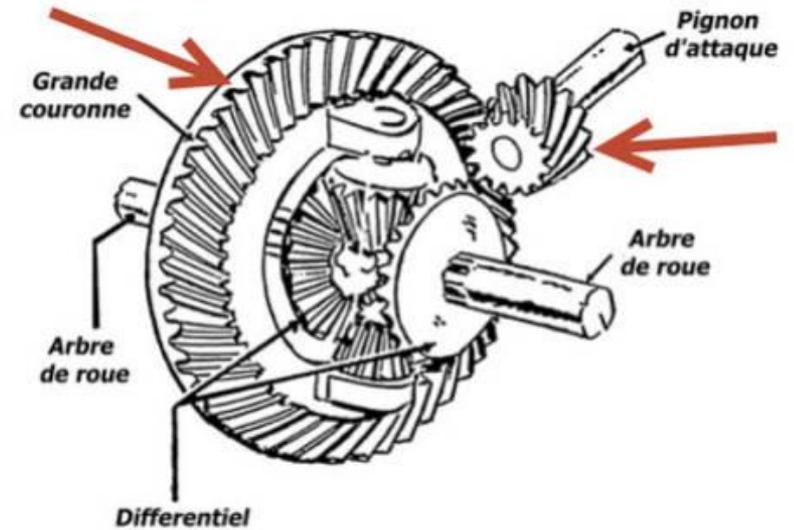
- Le bruit généré par les engrenages coniques à denture droite peut être atténué par l'utilisation d'une denture hélicoïdale (spiro-coniques).
- Un engrenage avec une denture à gauche entraîne une denture droite.
- Utilisés dans les différentiels des automobiles.



# ENGRENAGES CONIQUES



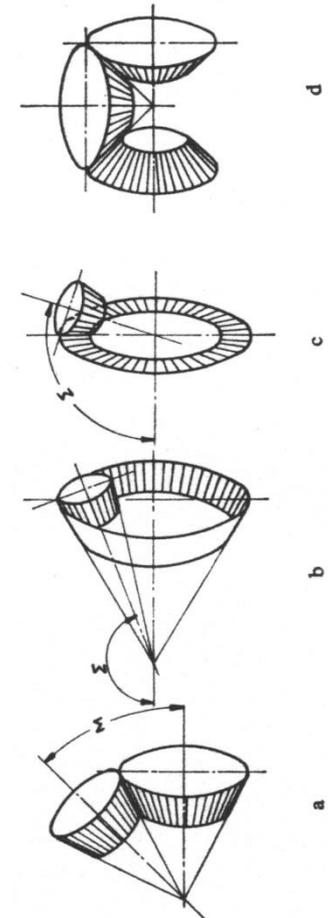
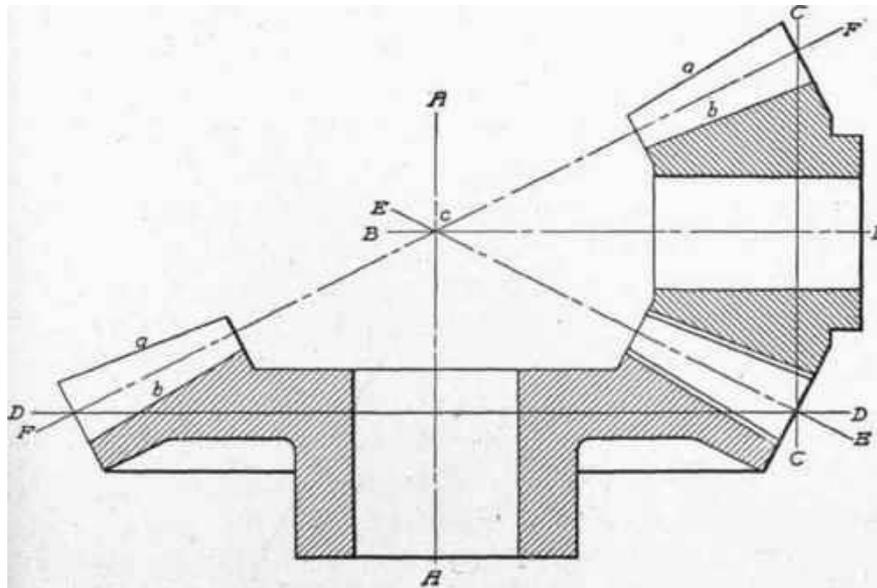
***Renvoi d'angle***



***Différentiel  
d'automobile***

# Engrenages coniques à axes concourants

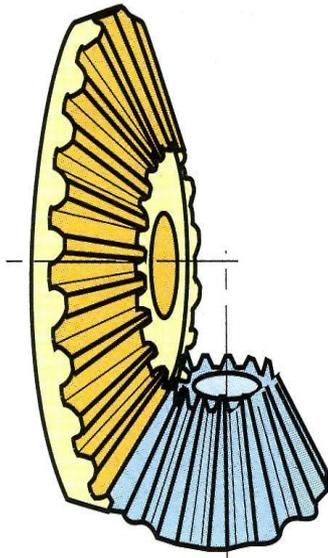
- Les axoïdes sont des cônes dits **cônes primitifs** dont les sommets coïncident



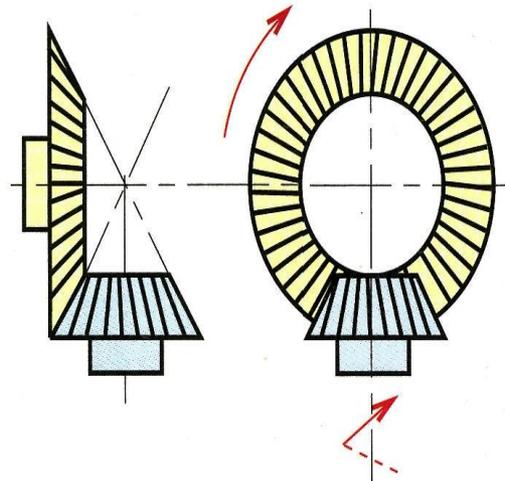
# Engrenages coniques à axes concourants

---

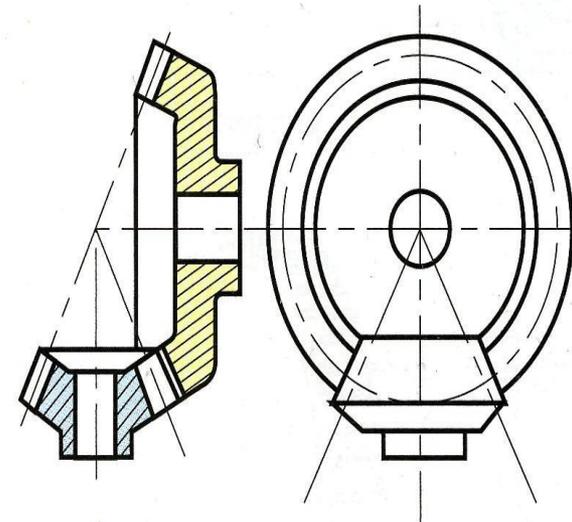
perspective



principe



dessin normalisé



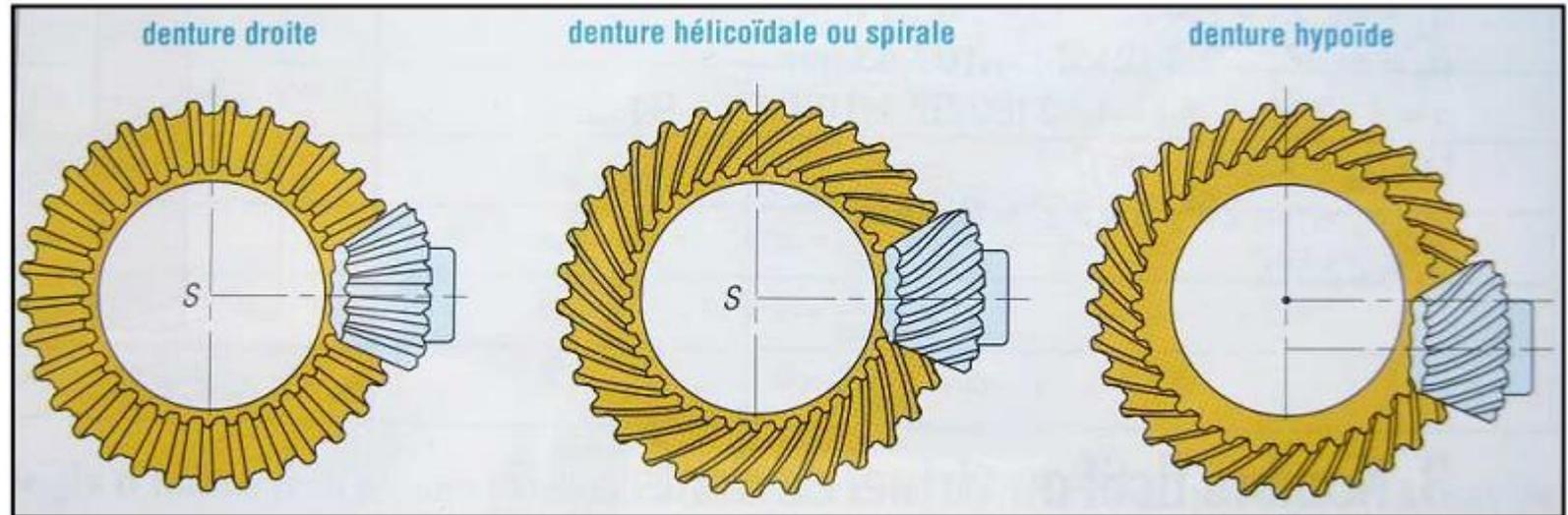
# Engrenages coniques à axes concourants

---

- Plusieurs types de dentures
  - **Dentures droites pyramidales**: l'axe principal de la dent passe par le sommet des cônes primitifs
  - **Dentures obliques pyramidale ou hélicoïdale**. L'axe de la dent ne passe pas par le sommet des cônes primitifs
  - **Dentures spirales et hélicoïdales**. On distingue trois constructions possibles
    - Denture Gleason
    - Denture Oerlikon
    - Denture Klingelberg
- Dans les dentures droites pyramidales ou obliques, les développements des profils sur un plan sont rectilignes. Pour les autres ils sont curvilignes.

# Engrenages coniques à axes concourants

---



# Engrenages coniques à axes concourants

---



- Denture droite pyramidale

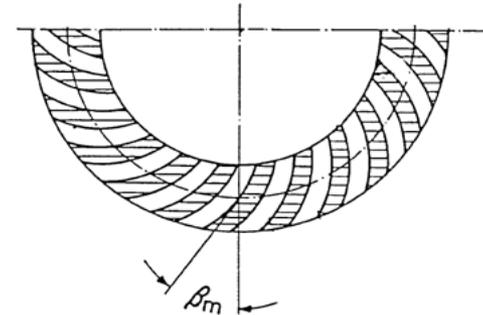


- Denture droite hélicoïdale

# Engrenages coniques à axes concourants



- Denture spirale Gleason



- Denture spirale Klingenberg

# Définition d'un engrenage conique pyramidal

---

- Les calculs développés sur les engrenages à axes parallèles restent d'application si on considère les données suivantes
- **Module moyen**:  $m_m$  est le module moyen relatif à un diamètre primitif moyen  $d_m$  situé à mi largeur de la dent.
- Il est calculé par la condition de résistance

$$m_m \geq 2.34 \sqrt{\frac{F_t}{k\sigma_{pe}}}$$

- Avec l'effort tangentiel  $F_t$  est donné par

$$F_t = \frac{60 \mathcal{P}}{\pi d_{m1} N_1} = \frac{60 \mathcal{P}}{\pi d_{m2} N_2}$$

# Définition d'un engrenages conique pyramidale

---

- Il est également possible de déterminer le module moyen  $m_m$  à l'aide de la relation

$$m_m \geq \sqrt[3]{\frac{10.94 C_m}{k Z \sigma_{pe}}}$$

où  $C_m$  est le couple à transmettre

- Le module moyen  $m_m$  calculé par une condition de résistance à la flexion de la dent **n'est pas** pour ce type d'engrenage **le module normalisé**.

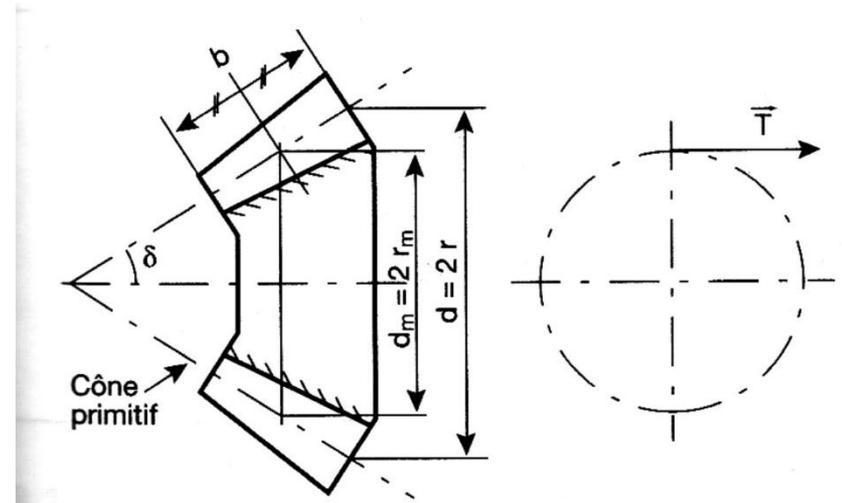
# Définition d'un engrenages conique pyramidale

- Le **module normalisé**: si  $d$  est le diamètre primitif relatif à la base du cône primitif, on a  $d = 2r$

$$\frac{m_m}{r_m} = \frac{m}{r}$$

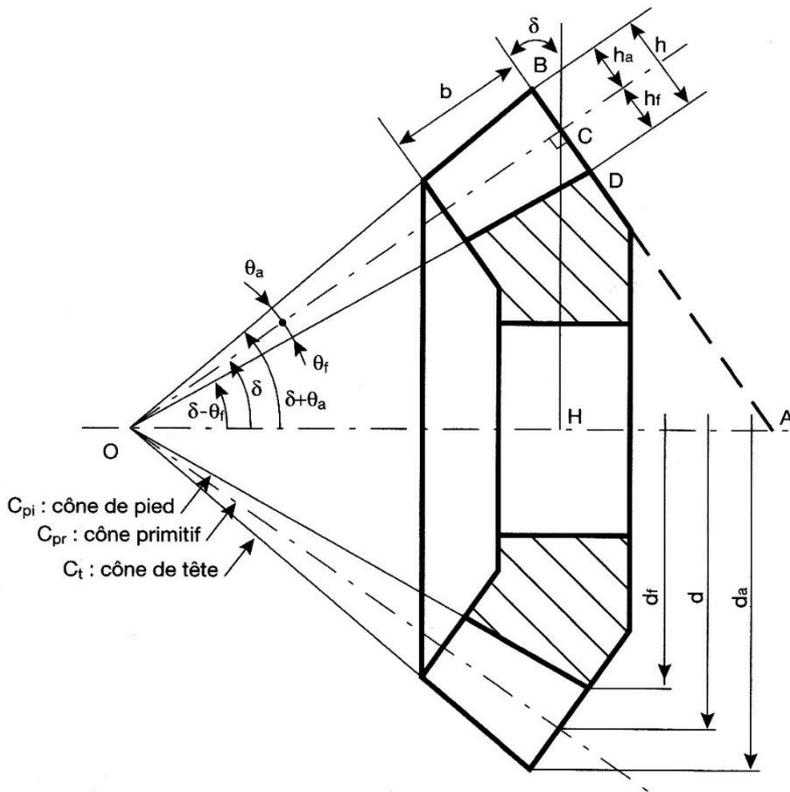
$$r = r_m + \frac{b}{2} \sin \delta$$

$$m = \frac{r_m + b/2 \sin \delta}{r_m} m_m$$



- $m$  est le module normalisé de la série de Renard

# Définition d'un engrenage conique pyramidal



- Dans le triangle OHC

$$OH = \frac{d}{2 \tan \delta}$$

$$OC = \frac{d}{2 \sin \delta}$$

- Dans le triangle OCB

$$\tan \theta_a = \frac{h_a 2 \sin \delta}{d} = \frac{2m \sin \delta}{d}$$

- Dans le triangle OCD

$$\tan \theta_f = \frac{h_f 2 \sin \delta}{d} = \frac{2.5m \sin \delta}{d}$$



# Définition d'un engrenages conique pyramidale

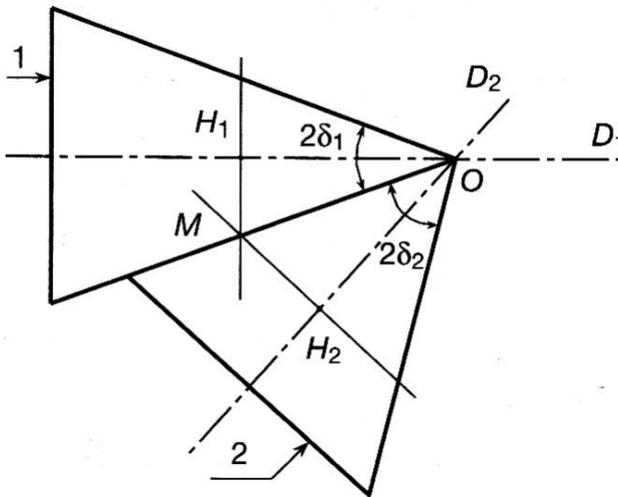
- Calcul du rapport de transmission
- Dans le cas particulier où les axes  $D_1$  et  $D_2$  sont orthogonaux :

$$\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$$

$$k_{12} = \tan \delta$$

- D'autre part comme les nombres de dents sont proportionnels aux rayons  $r_1$  et  $r_2$  on a aussi:

$$k_{12} = \tan \delta = \frac{Z_1}{Z_2}$$



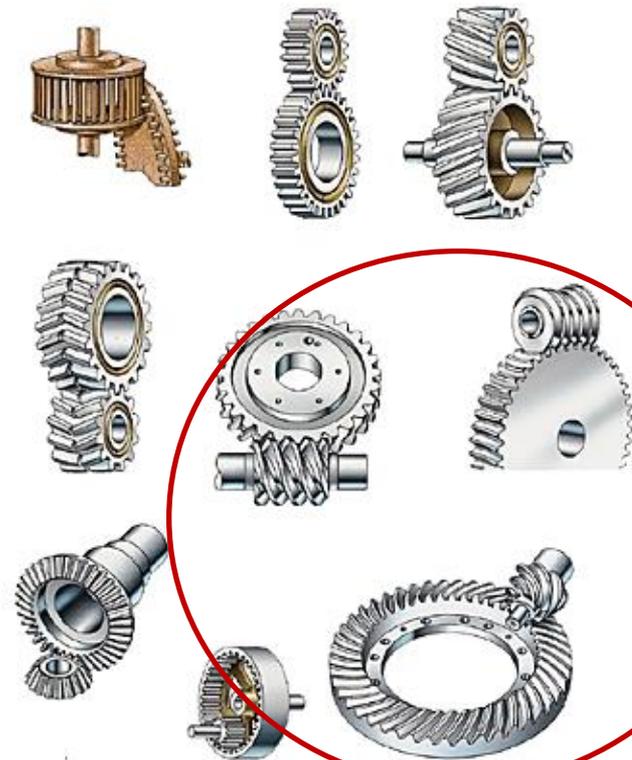
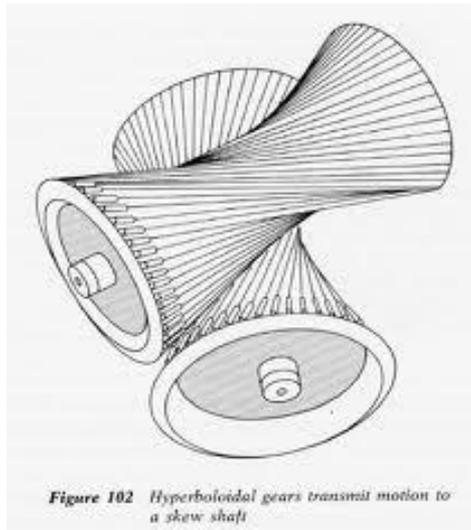
---

# ENGRENAGES A AXES GAUCHES



# Engrenages à axes non concourants dits engrenages gauches

- Dans les engrenages à axes non concourants, les axoïdes sont des hyperboloïdes de révolution.
- Ils sont dits également engrenages gauches.



# Engrenages à axes non concourants dits engrenages gauches

---

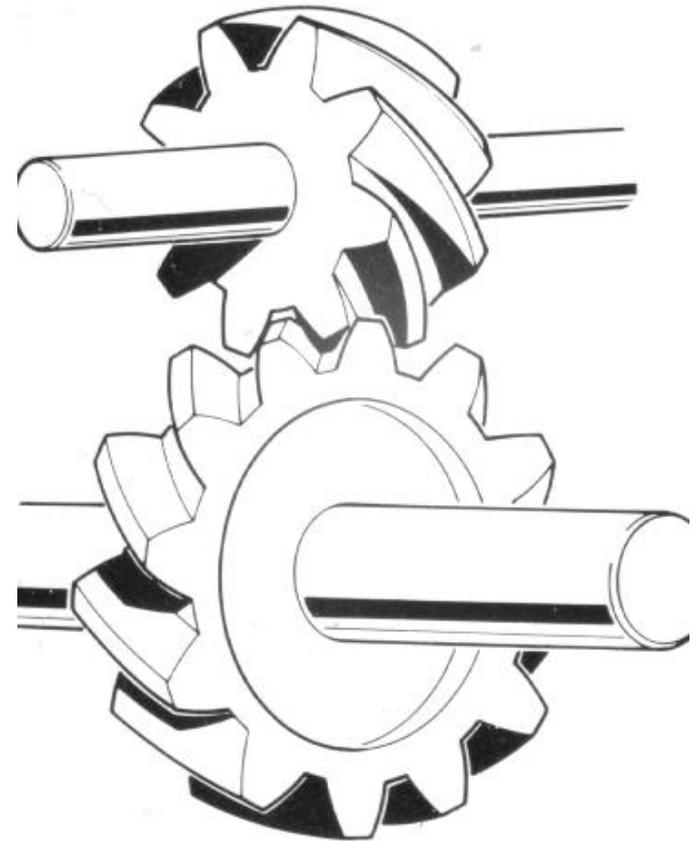
- Les trois principales constructions rencontrées sont :
  - Les systèmes roue et vis sans fin ;
  - Les engrenages cylindriques à dentures hélicoïdales et à axes perpendiculaires ;
  - Les engrenages hypoïdes.



# ENGRENAGES GAUCHES

---

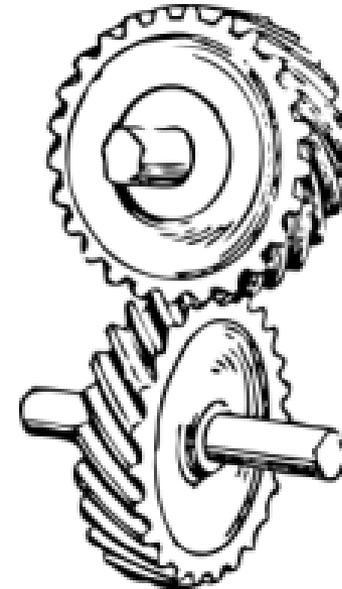
- Utilisés pour transmettre le mouvement entre deux axes quelconques, les **engrenages gauches** sont fabriqués en fonction de la configuration visée.
- L'**engrènement est progressif** grâce à l'inclinaison de la denture.
- Le nombre de dents en prise est important ce qui assure la continuité de l'engrènement.



# ENGRENAGES GAUCHES

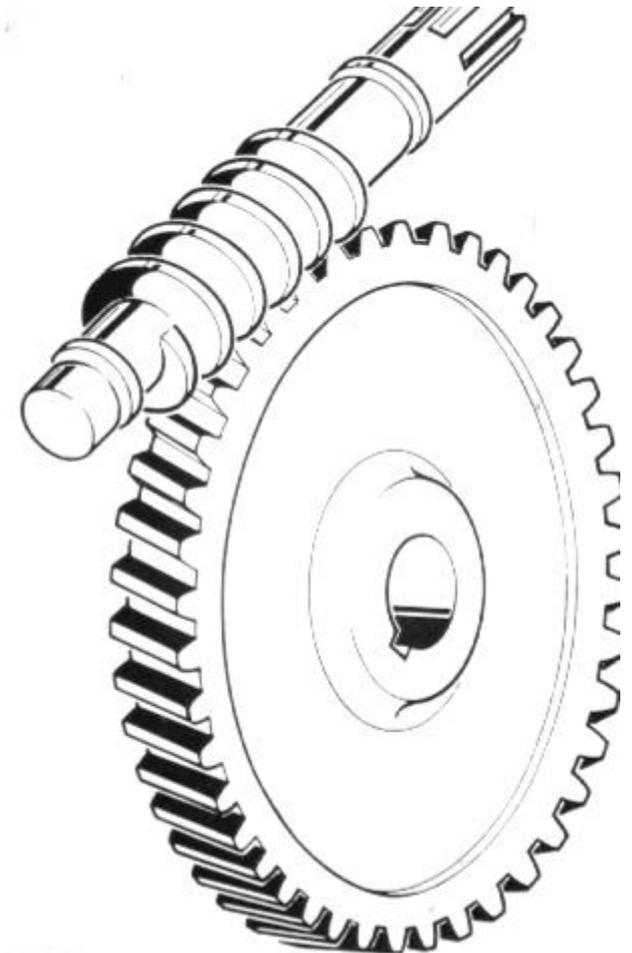
---

- Engrènement **plus doux et plus silencieux** que les engrenages coniques droits.
- Une roue hélicoïdale à axe croisé à denture inclinée à droite s'engrène avec une roue hélicoïdale à denture inclinée à gauche.
- Elles présentent un faible rendement
- Elles génèrent des efforts axiaux.
- Ils sont peu utilisés.



# ENGRENAGES A ROUE ET VIS SANS FIN

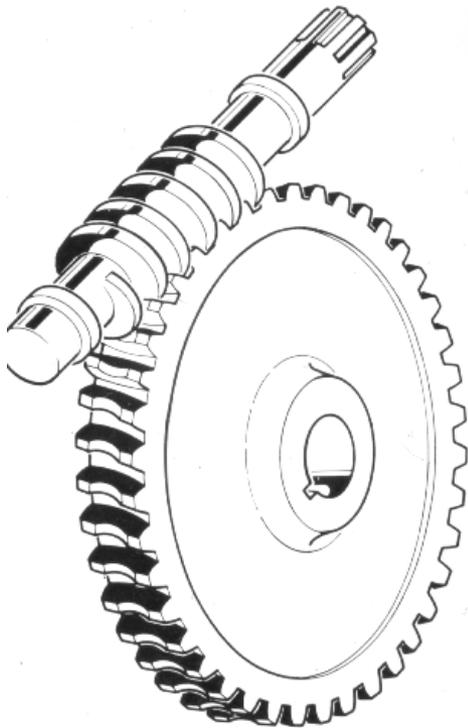
- Intéressants pour le **grand rapport de réduction** qu'ils peuvent offrir (1/200), les systèmes de roue et vis sans fin sont aussi généralement **irréversibles** et donc utilisés comme anti-retour (sécurité).
- Ils présentent cependant l'inconvénient **d'un faible rendement** et d'une **usure rapide** due au glissement important des surfaces de contact.



# ENGRENAGES A ROUE ET VIS SANS FIN

---

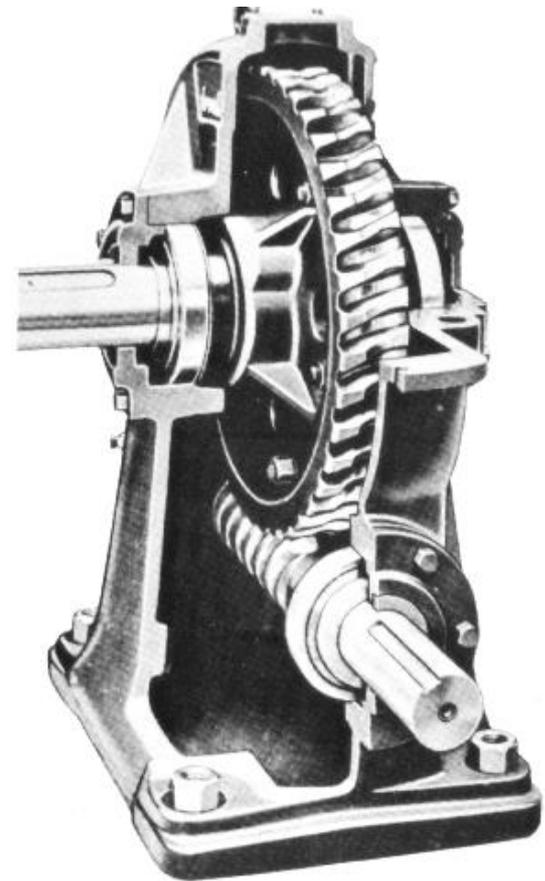
- Pour remédier à cet inconvénient, on utilise très souvent une **roue creuse**.



# ENGRENAGES A ROUE ET VIS SANS FIN

---

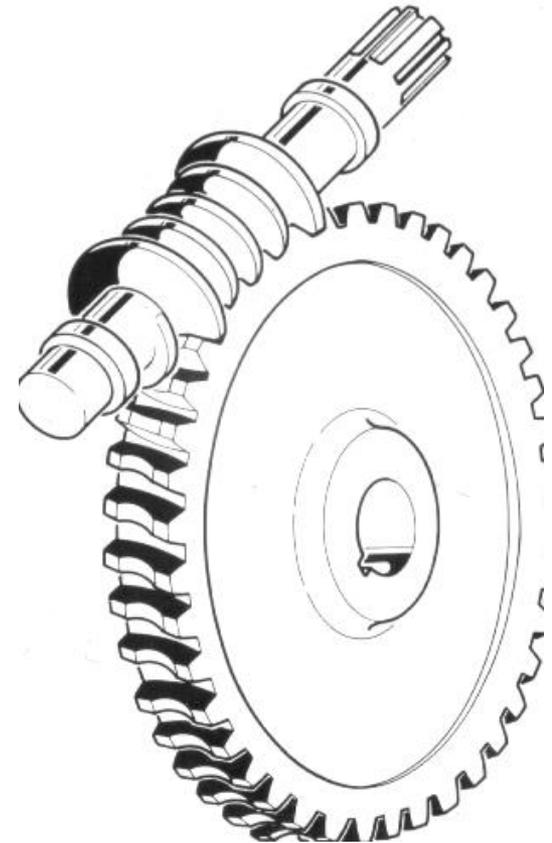
- La majorité des systèmes roue et vis sans fin qui transmettent de la puissance utilisent une vis en acier et une roue creuse en bronze pour réduire le frottement et concentrer l'usure sur la roue dont le prix de revient est inférieur à celui de la vis.



# ENGRENAGES A ROUE ET VIS SANS FIN

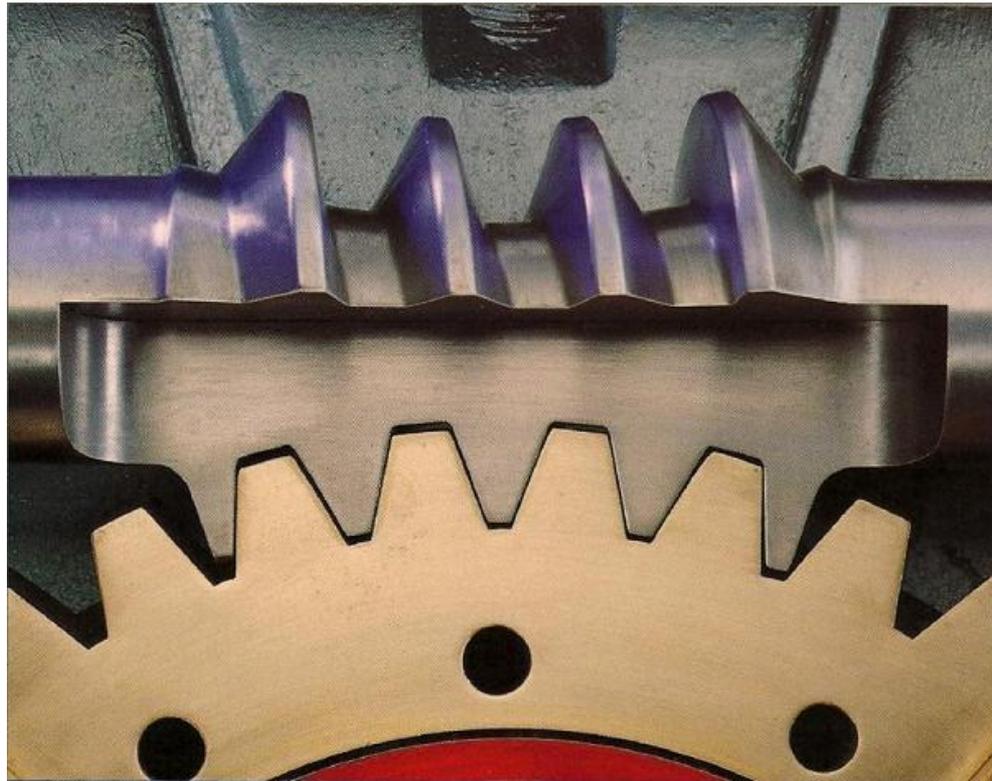
---

- Dans certaines applications, on peut augmenter encore la surface de contact roue/vis en associant à la roue creuse une **vis globique**.
- = Engrenage à système roue vis, mais la vis épouse la forme de la roue pour augmenter le nombre de dents en contact.
- Cette solution est peu employée, le prix de revient de la vis étant très élevé.



# ENGRENAGES A ROUE ET VIS SANS FIN

---

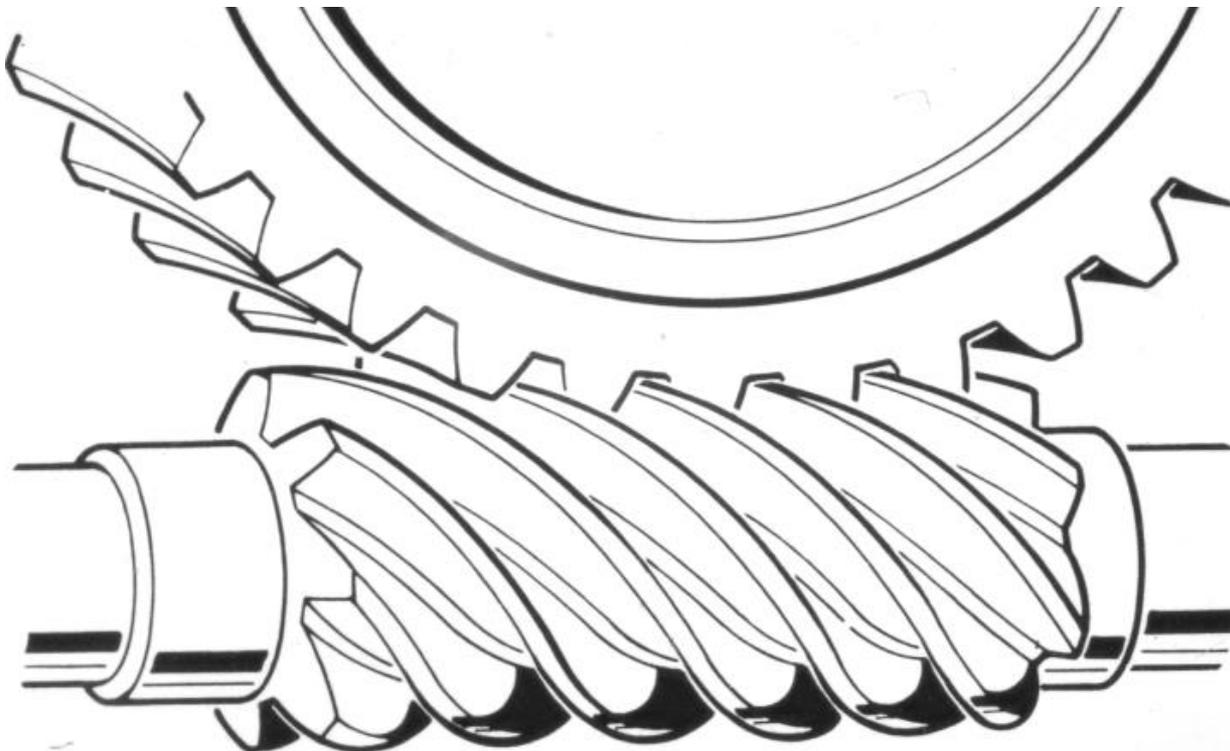


***Vis globique***

# ENGRENAGES A ROUE ET VIS SANS FIN

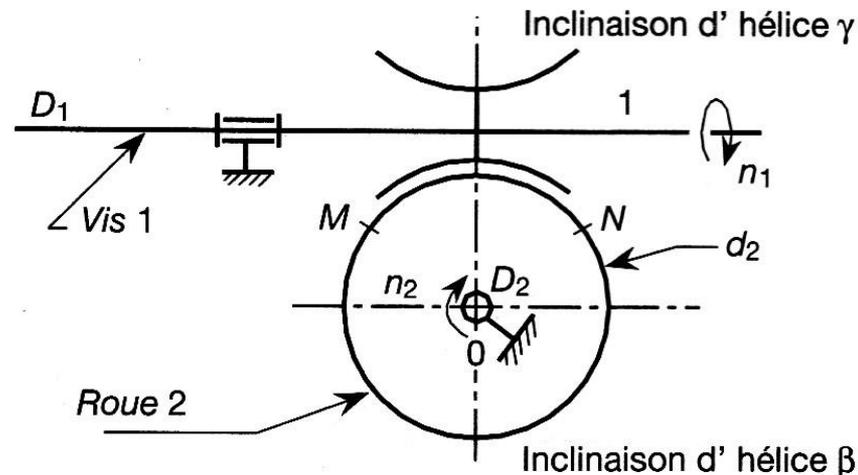
---

- Notons pour finir, que la vis peut avoir plusieurs filets (dents).



# Roue et vis sans fin

- Le rapport de transmission
- Le rapport de transmission s'obtient en calculant l'égalité des pas apparents mesurés sur la vis et la roue étant donné la condition d'engrènement. La vis 1 entraîne la roue 2 pour un secteur MN requérant  $n_1$  tours de vis et  $n_2$  tours de roue.



# Roue et vis sans fin

---

- Il vient

$$\widehat{MN} = n_1 P_a = n_2 \pi d_2$$

- Si  $P_a$  est le pas principal de la vis,

$$P_a = n p_a$$

$n$  étant le nombre de filets par pas principal et  $p_a$  le pas apparent commun à 1 et à 2. D'autre part la roue est caractérisée par son pas.

- On a aussi

$$\pi d_2 = Z_2 p_a$$

# Roue et vis sans fin

---

- On a finalement

$$n_1 n p_a = n_2 Z_2 p_a$$

- D'où

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{n}{Z_2}$$

- Soit le résultat

$$k_{12} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n}{Z_2} \left( = \frac{Z_1}{Z_2} \right)$$

# Roue et vis sans fin

---

- On a aussi

$$Z_1 = \frac{d_1}{m_{a1}} \quad Z_2 = \frac{d_2}{m_{a2}}$$

- Avec  $m_a$  le module apparent

$$m_{a1} = \frac{m_r}{\cos \gamma} \quad m_{a2} = \frac{m_r}{\cos \beta}$$

- Donc

$$Z_1 = \frac{d_1}{m_r} \cos \gamma \quad Z_2 = \frac{d_2}{m_r} \cos \beta$$

- Ce qui peut s'écrire

$$k_{12} = \frac{d_1 \cos \gamma}{d_2 \cos \beta}$$

# Roue et vis sans fin

---

- Soit étant donné la complémentarité des angles d'hélice de la roue et de la vis

$$\beta + \gamma = 90^\circ$$

$$k_{12} = \frac{d_1}{d_2} \tan \beta$$

- Dans le cas particulier  $\beta = \gamma = 45^\circ$

$$k_{12} = \frac{d_1}{d_2}$$

# Roue et vis sans fin

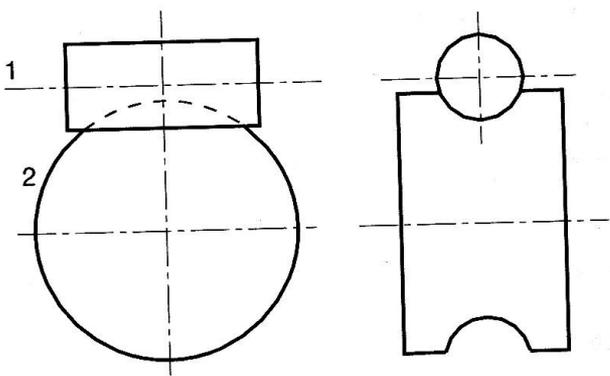
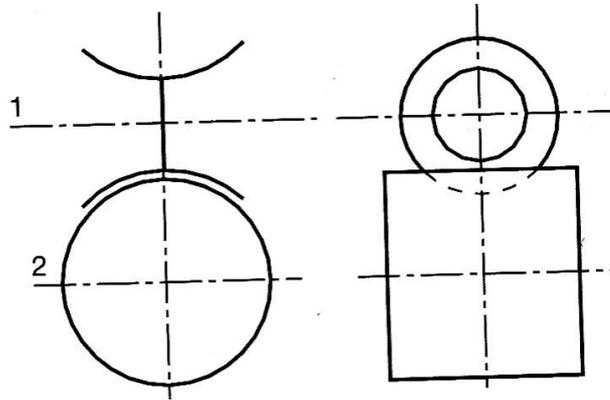
---

- *Reversibilité et irréversibilité d'un système roue et vis sans fin*
- Le système roue et vis sans fin est dit **réversible** quand la rotation de la vis entraîne la roue et réciproquement.
- Le système roue et vis sans fin est dit **irréversible** si la rotation de la roue ne peut pas entraîner la vis.
- La réversibilité dépend des angles d'inclinaison d'hélice  $\beta$  et  $\gamma$  et du coefficient de frottement  $\mu$ .
- On peut montrer que la condition de réversibilité s'écrit

$$\beta > \mu$$

- Cette relation s'applique aussi pour les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale.

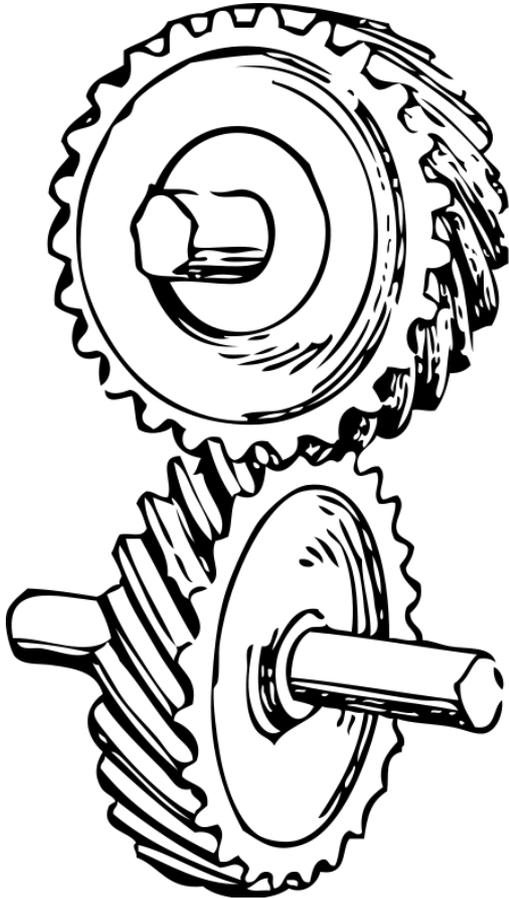
# Roue et vis sans fin



- Concernant les formes complémentaires au niveau de l'engrenage entre la vis 1 et la roue 2, deux positions sont possibles :
- La vis 1 épouse la roue 2 : la vis est qualifiée de **globique** ;
- La roue 2 épouse la forme de la vis 1 : la vis est qualifiée de **tangente**.

# Engrenages cylindriques à dentures hélicoïdales et axes orthogonaux

---



- Dans le cas où les axes des roues dentées sont orthogonaux, la transmission est équivalente à un système roue et vis sans fin étudié précédemment.
- La différence provient du nombre de dents pour le pignon faisant fonction de vis.
- Pour une vis, le nombre de filets par pas générateur est limité à 3.

# Engrenages cylindriques à dentures hélicoïdales et axes orthogonaux

---

- Toutes les relations définies précédemment sont applicables.
- Le rapport de réduction est donné par :

$$k_{12} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2} \tan \beta$$

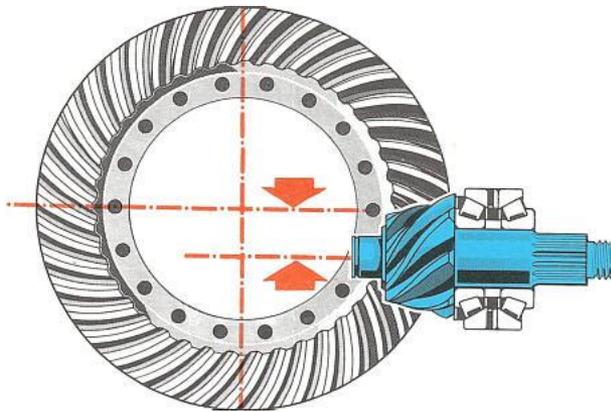
- Le rapport de réduction dépend de l'angle d'hélice  $\beta$ . Dans le cas particulier de  $\beta = 45^\circ$ .

$$k_{12} = \frac{d_1}{d_2}$$

# Engrenages hypoïdes

---

- La définition de ces engrenages est relativement complexe. On se contentera donc de donner l'allure des profils de dent.
- Les axes ne sont pas concourants de sorte que ces engrenages sont fondamentalement différents des engrenages coniques.

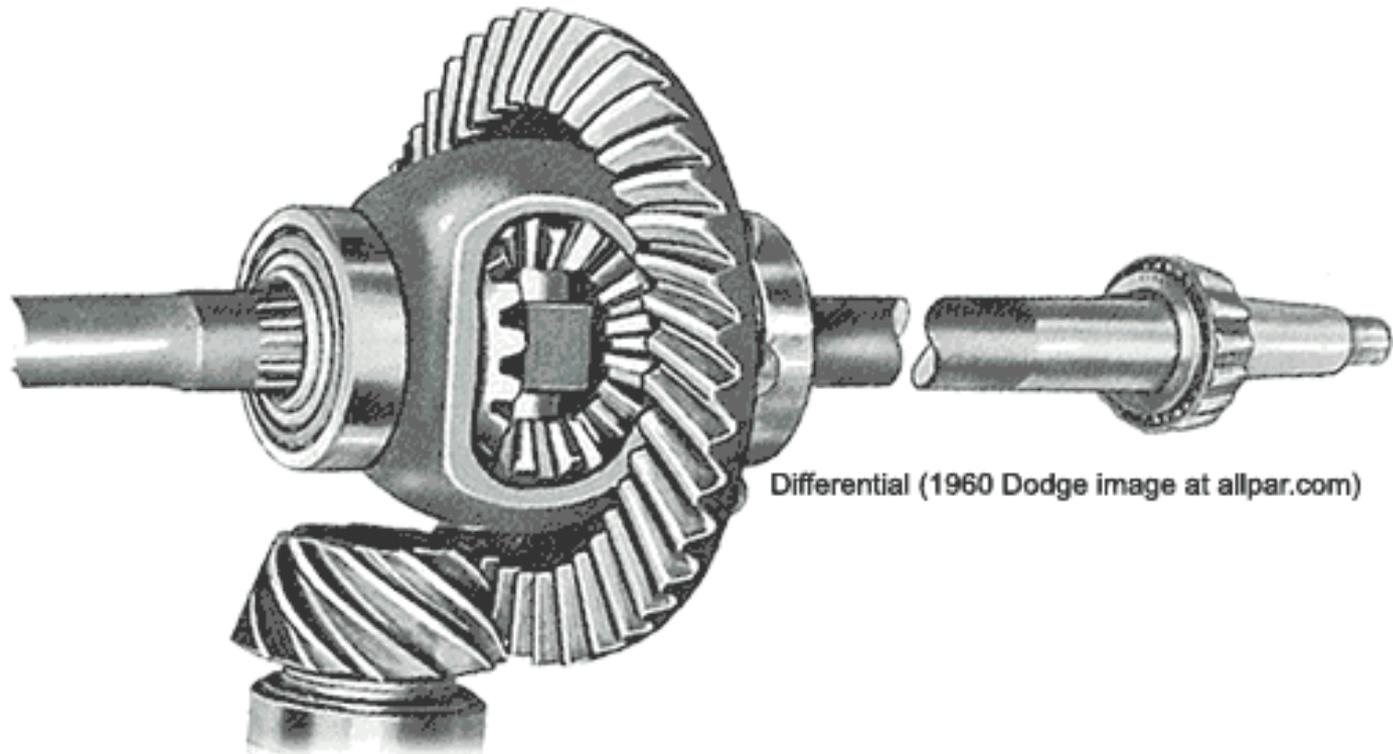


**Hypoid Bevel Gears**

# Engrenages hypoïdes

---

- Ce type d'engrenage est notamment couramment utilisés dans les différentiels d'automobile



Differential (1960 Dodge image at allpar.com)

---

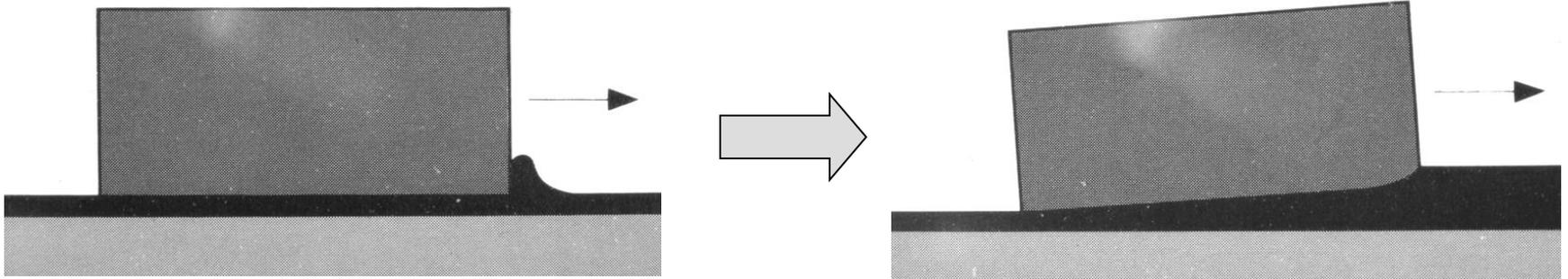
# LUBRIFICATION DES ENGRENAGES



# LUBRIFICATION

---

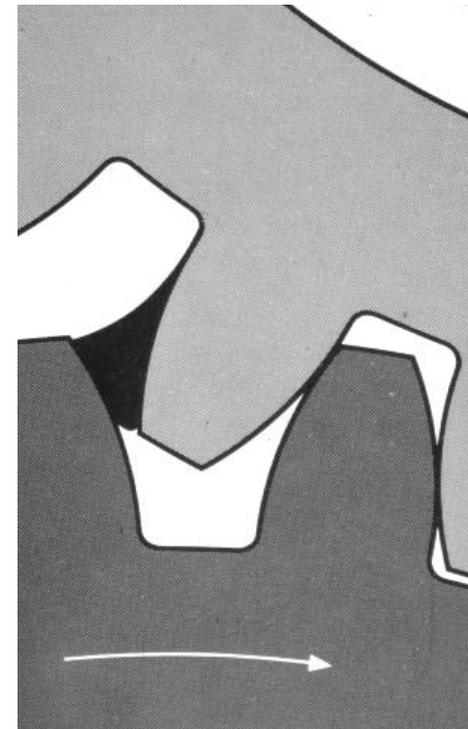
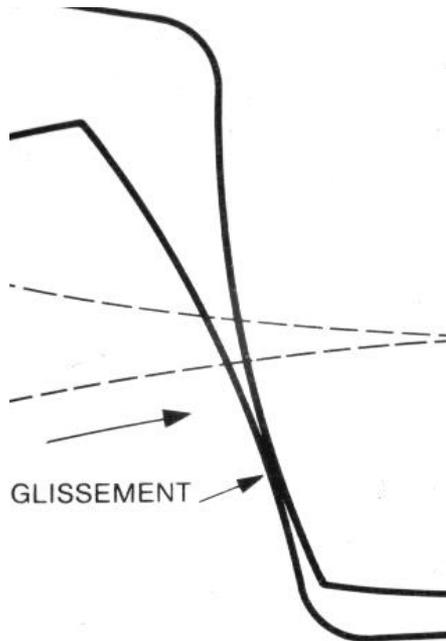
- Pour obtenir une bonne lubrification, il faut créer un coin d'huile qui permette au lubrifiant de former une couche épaisse sous le solide en mouvement.



# LUBRIFICATION

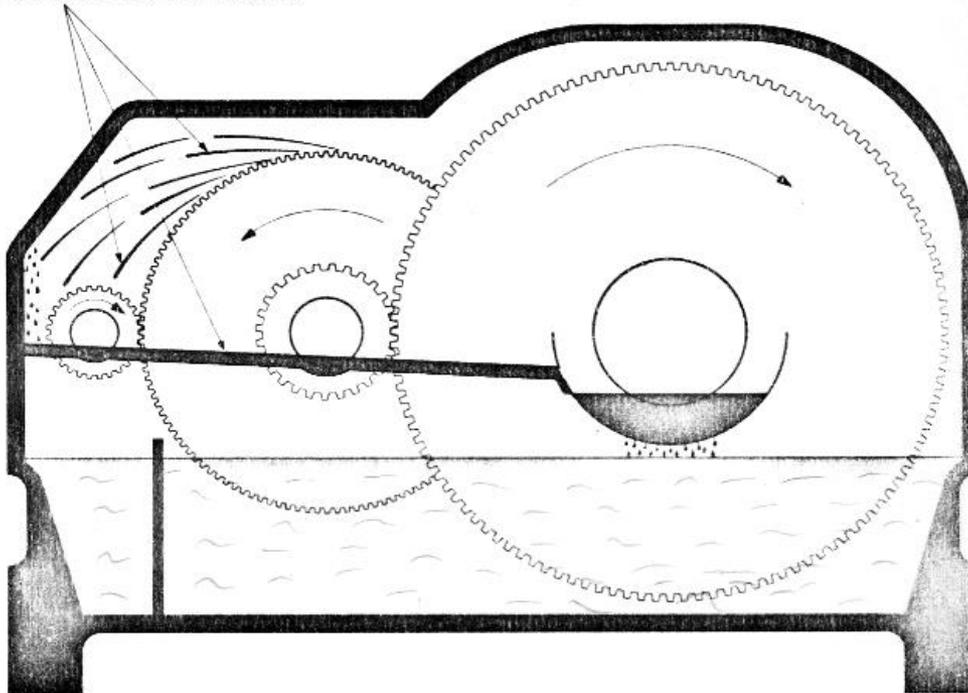
---

- La forme des dentures en développante de cercle et le phénomène de glissement au début de la phase d'engrènement favorise la formation du "coin d'huile".



# LUBRIFICATION

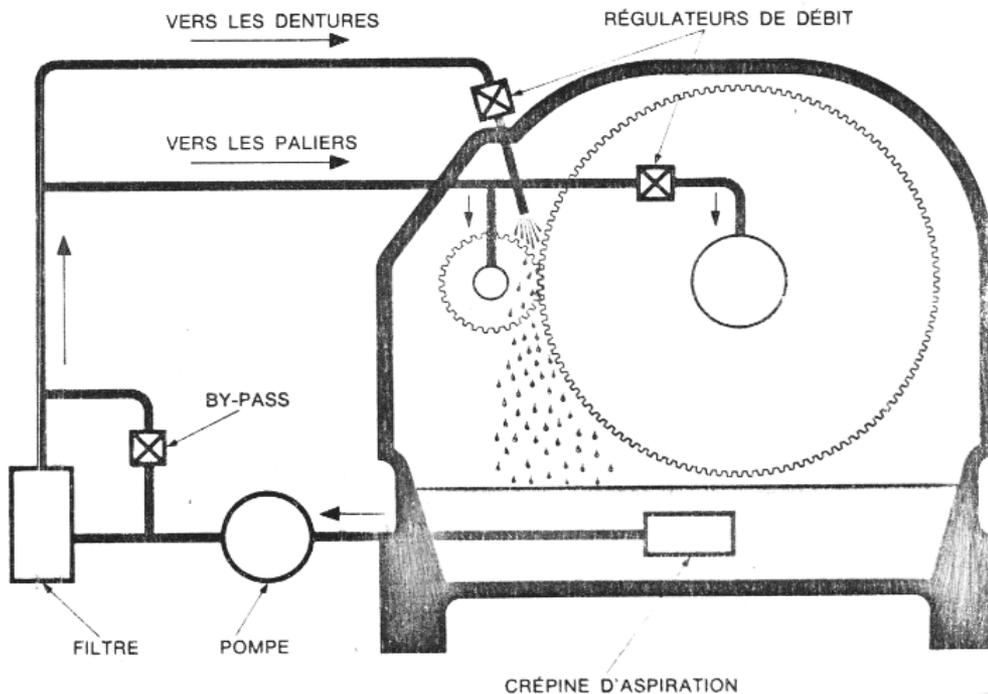
L'HUILE EST PROJETÉE SUR LA ROUE MOTRICE  
ET SUR LA PAROI DU CARTER  
AVANT DE LUBRIFIER LES PALIERS



- La lubrification par **barbotage** est la plus utilisée : une ou plusieurs roues dentées "trempant" dans l'huile, projettent par leur mouvement le lubrifiant à l'intérieur du mécanisme.
- Celui-ci peut être amené sur les paliers par des "gouttières" placées sur les parois du bâti.

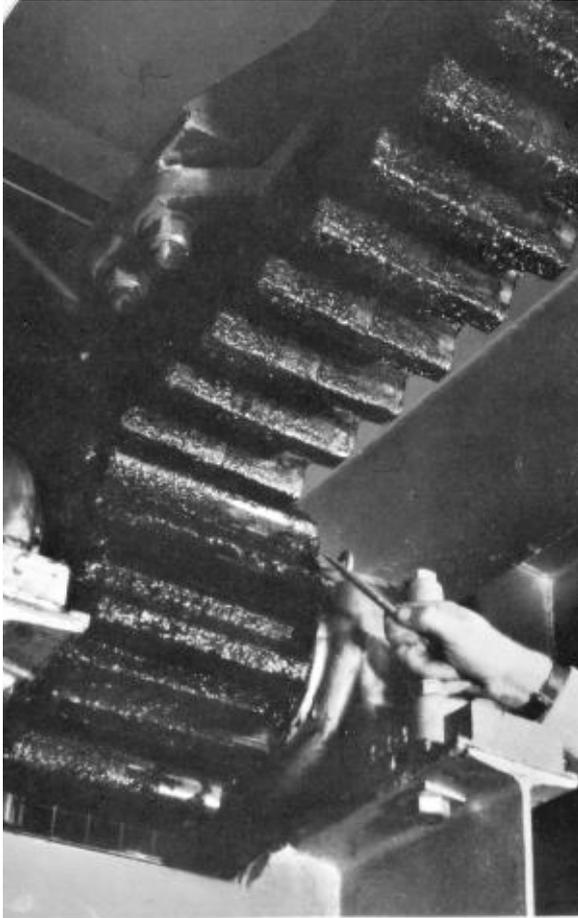
# LUBRIFICATION

- La lubrification sous pression est utilisée pour de grosses puissances qui nécessitent une lubrification dès le démarrage, ainsi qu'un refroidissement important



# LUBRIFICATION

---



- Lorsqu'il est impossible de réaliser une lubrification classique, on peut utiliser de la graisse, qui assure en outre la protection des pièces métalliques contre la corrosion.

# REFERENCES

---

- Sites Web:
- Wikimeca:
  - [http://wikimeca.org/index.php?title=Les\\_engrenages](http://wikimeca.org/index.php?title=Les_engrenages)
- GearExpert:
  - [http://gearexpert.free.fr/info\\_reducteur.htm](http://gearexpert.free.fr/info_reducteur.htm)
- Ch@meca
  - <http://christian.chamayou.pagesperso-orange.fr/chameca/>

---

# REDUCTEURS A ETAGES



# Réducteur à étages

---

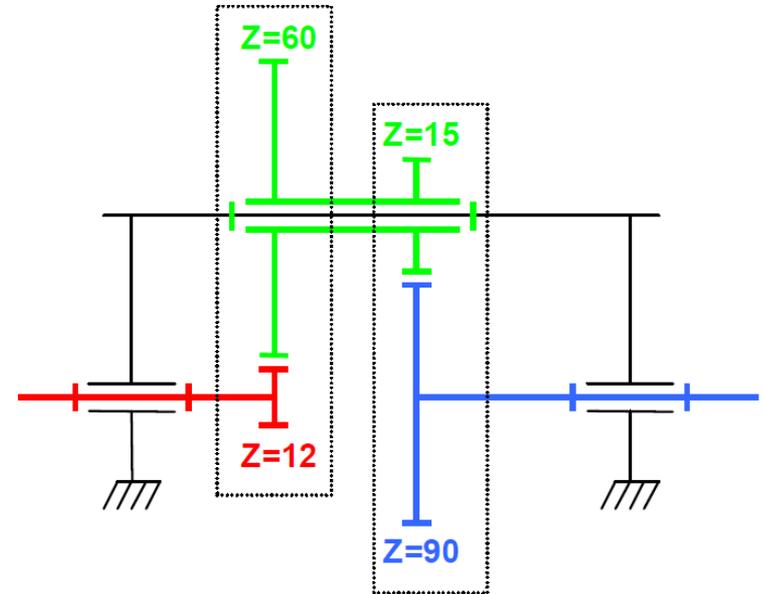
- Les réducteurs à étages sont constitués de plusieurs trains d'engrenages droits ou hélicoïdaux placés en cascade.
- La roue du train de l'étage  $n$  est solidaire du pignon de l'étage  $n+1$



# Réducteur à étages

- Soit le schéma cinématique d'un réducteur à étages
- L'unité d'entrée est nécessairement constituée d'un pignon.
- Le rapport de réduction total est donné par

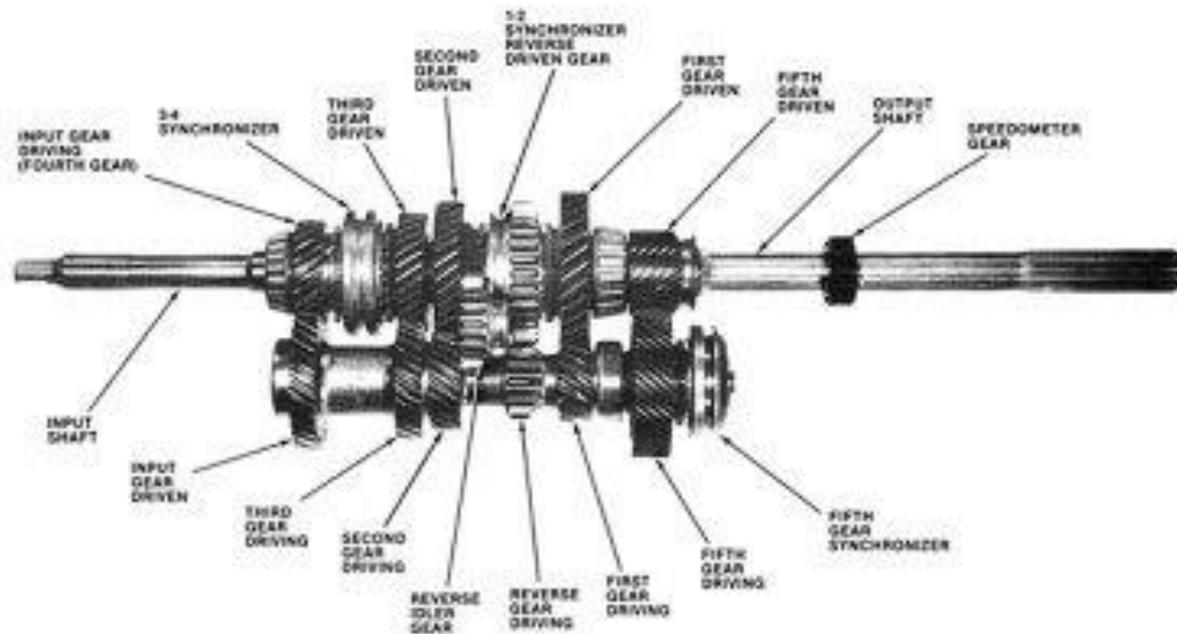
$$\frac{\omega_{out}}{\omega_{in}} = (-1)^n \prod_{k=1}^n \left( \frac{Z_{menantes}^{(k)}}{Z_{menee}^{(k)}} \right)$$



- Ici le premier étage présente un rapport 5:1 et le second un rapport 6:1. Le rapport total vaut donc 30:1

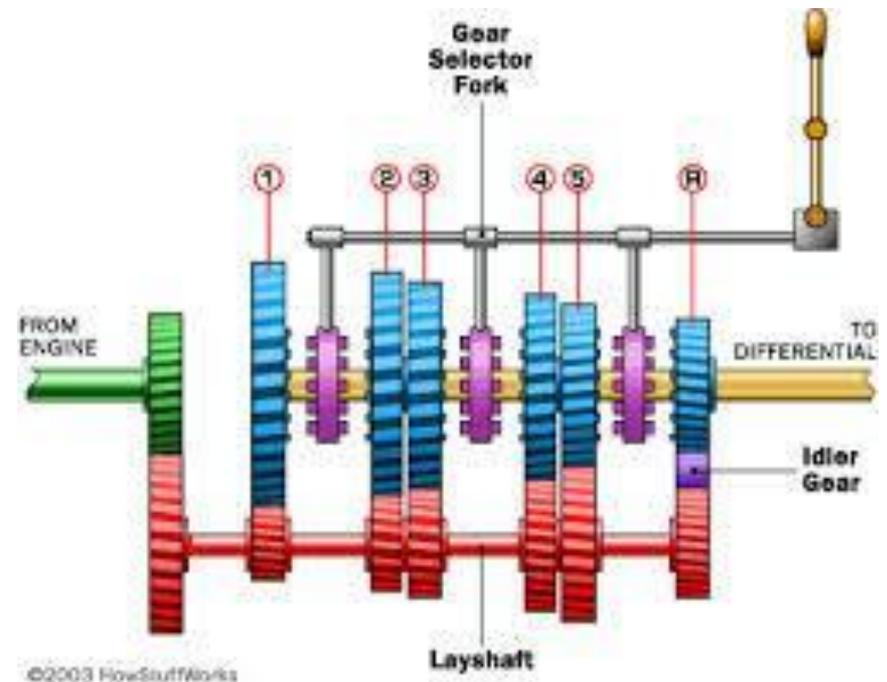
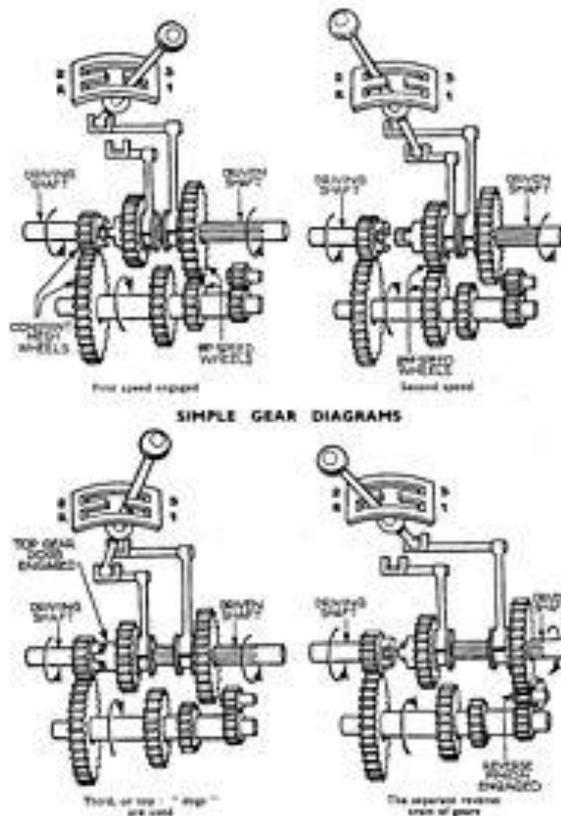
# Réducteur à étages

- Exemple boîte de vitesses pour automobile



# Réducteur à étages

- Exemple boîte de vitesses pour automobile



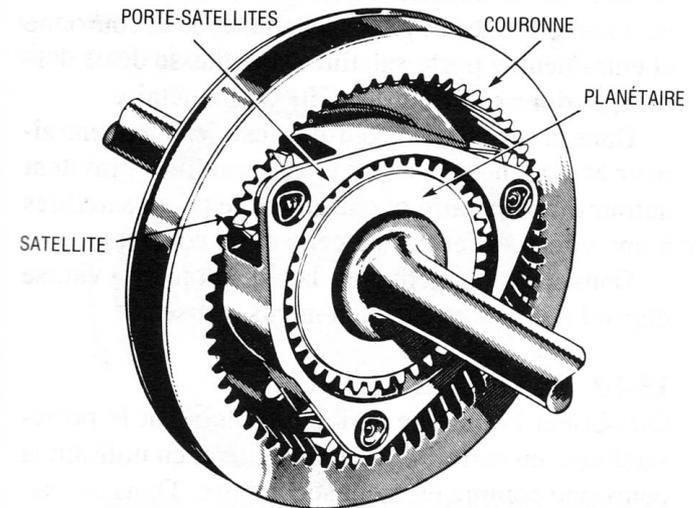
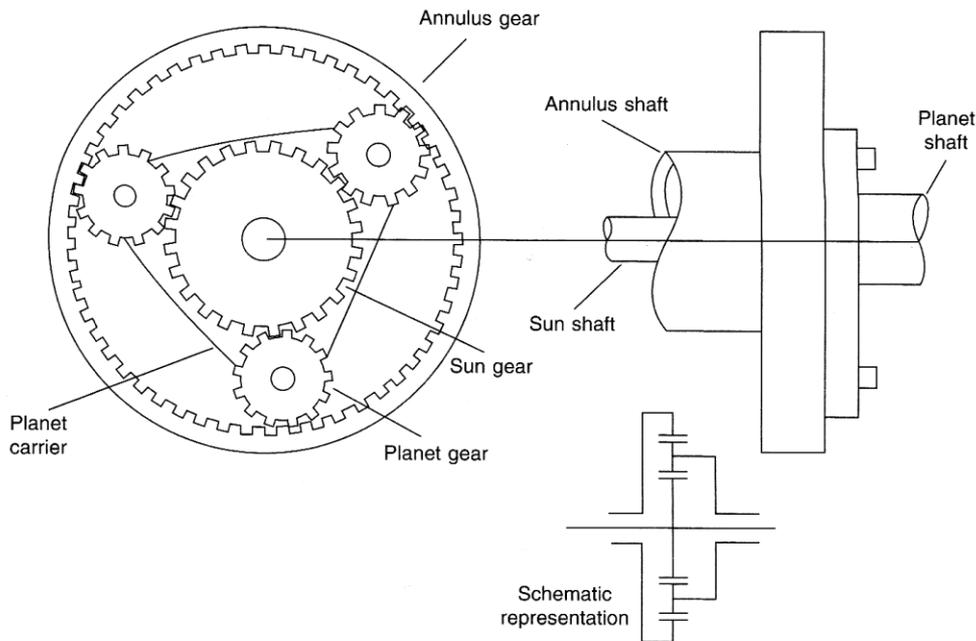
---

# REDUCTEURS PLANETAIRES



# Réducteurs planétaires

- Le train planétaire est une pierre angulaire de nombreux systèmes de réduction

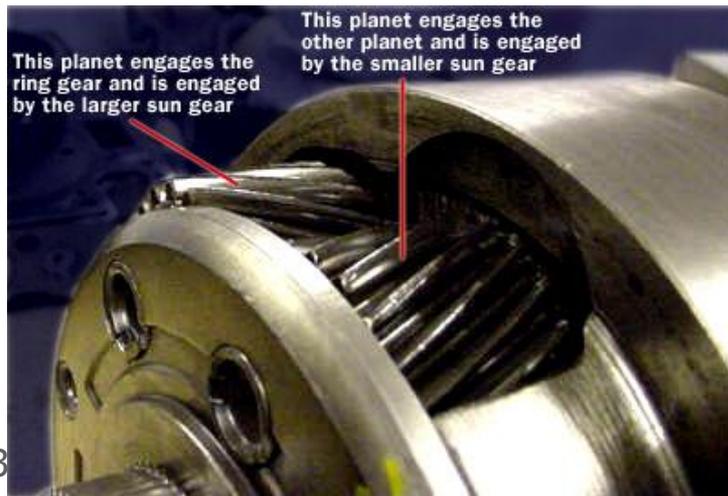


102 Sun = planétaire

Planet = satellite

Annulus = Couronne

# Réducteurs planétaires



# Réducteurs planétaires

- On définit le rapport de réduction de référence

$$i = \frac{Z_A}{Z_S} = \frac{R_A}{R_S}$$

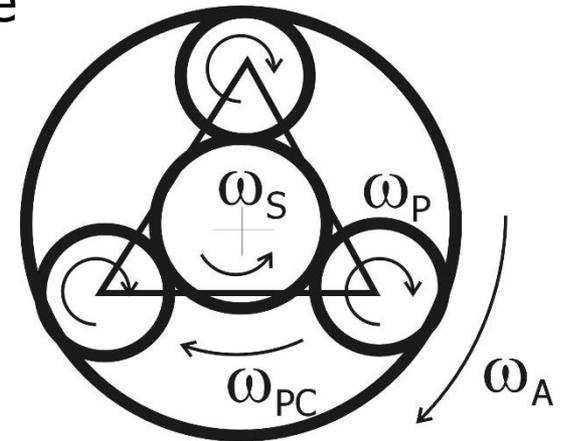
- On trouve la **formule de Willys**

$$\omega_S + \omega_A i = \omega_{PC}(1 + i)$$

- Sous une forme alternative

$$\frac{\omega_A - \omega_{PC}}{\omega_S - \omega_{PC}} = -i$$

- La **formule de Willys** établit une relation entre les trois vitesses de rotations des différents engrenages



# Planetary gears

- Si le planétaire est fixe

$$\omega_S = 0$$

- La formule de Willys donne le rapport de réduction en le porte satellite et la couronne

$$\frac{\omega_{PC}}{\omega_A} = \frac{1 + Z_A/Z_S}{Z_A/Z_S}$$

- Pour  $Z_A/Z_S=2$

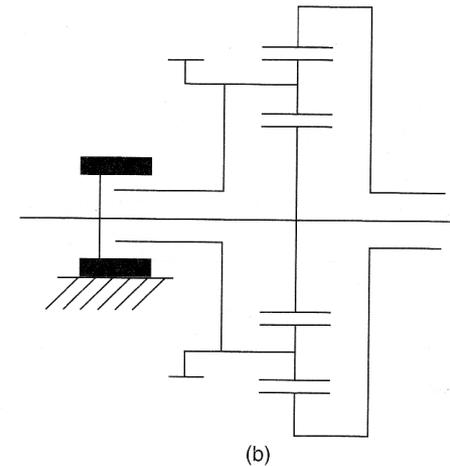
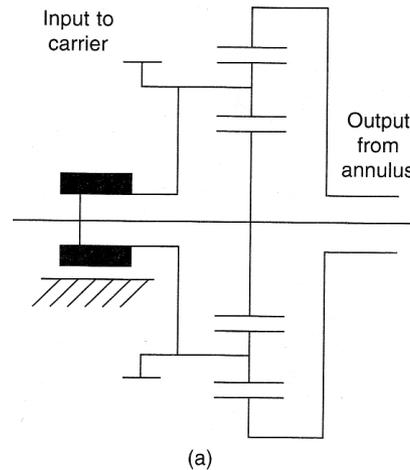
$$\frac{\omega_{PC}}{\omega_A} = 1.5$$

- Si on solidarise le mouvement du porte satellite et du planétaire

- On trouve

$$\omega_S = \omega_{PC}$$

$$\frac{\omega_{PC}}{\omega_A} = 1$$



# Réducteurs planétaires

Sun	Planet Carrier	Annulus	Reduction Ratio	Remark
Fixed	Input	Output	$\frac{\omega_{PC}}{\omega_A} = \frac{1+Z_A/Z_S}{Z_A/Z_S}$	$1.12 \leq i \leq 1.67$
Fixed	Output	Input	$\frac{\omega_A}{\omega_{PC}} = \frac{Z_A/Z_S}{1+Z_S/Z_A}$	$0.6 \leq i \leq 0.8$
Input	Output	Fixed	$\frac{\omega_S}{\omega_{PC}} = 1 + Z_A/Z_S$	$2.5 \leq i \leq 5.0$
Output	Input	Fixed	$\frac{\omega_{PC}}{\omega_S} = \frac{1}{1+Z_A/Z_S}$	$0.2 \leq i \leq 0.4$
Input	Fixed	Output	$\frac{\omega_S}{\omega_A} = -Z_A/Z_S$	$-0.4 \leq i \leq -1.45$
Output	Fixed	Input	$\frac{\omega_A}{\omega_S} = \frac{-1}{Z_A/Z_S}$	$-0.25 \leq i \leq -0.67$

# Réducteurs planétaires

---

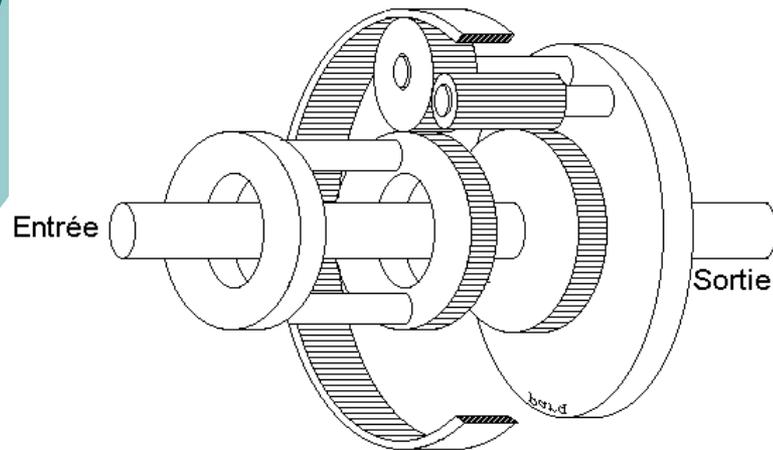
- En revenant aux rapport de réduction, on obtient la relation entre les différents couples

$$\frac{C_S}{1} = \frac{C_A}{i} = \frac{C_{PC}}{-(i+1)}$$

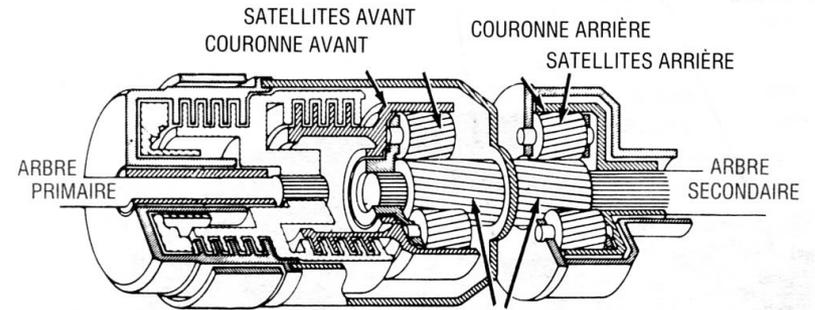
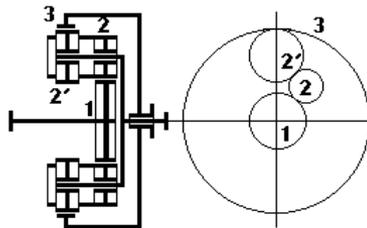
- Ainsi que les puissances

$$\frac{P_S}{\omega_S} = \frac{P_A}{i \omega_A} = \frac{P_{PC}}{-(i+1) \omega_{PC}}$$

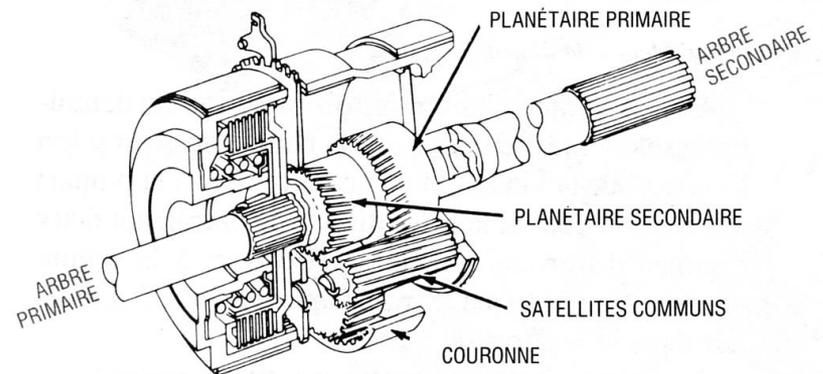
# Réducteurs planétaires complexes



Modélisation



A) TYPE SIMPSON



B) TYPE À DEUX PLANÉTAIRES

Ravigneaux complex gear trains

Double planetary gears by Nash Fig. 19.3

# Réducteurs planétaires complexes

---

- Working principle of [basic planetary gear](#)

<https://www.youtube.com/watch?v=a1JAWoAvK-E>

<https://www.youtube.com/watch?v=JBB1sC7LCuQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=UakeTEJIXGw>

<https://www.youtube.com/watch?v=SQMSSKfs4m4>

- [Simpson compound planetary gear](#)

<https://www.youtube.com/watch?v=r1BYOOJKyaQ>

- [Ravigneaux planetary gear:](#)

<https://www.youtube.com/watch?v=Y1zbE21Pzl0>



---

# REDUCTEURS TROCHOIDAUX

# Réducteurs trochoïdaux

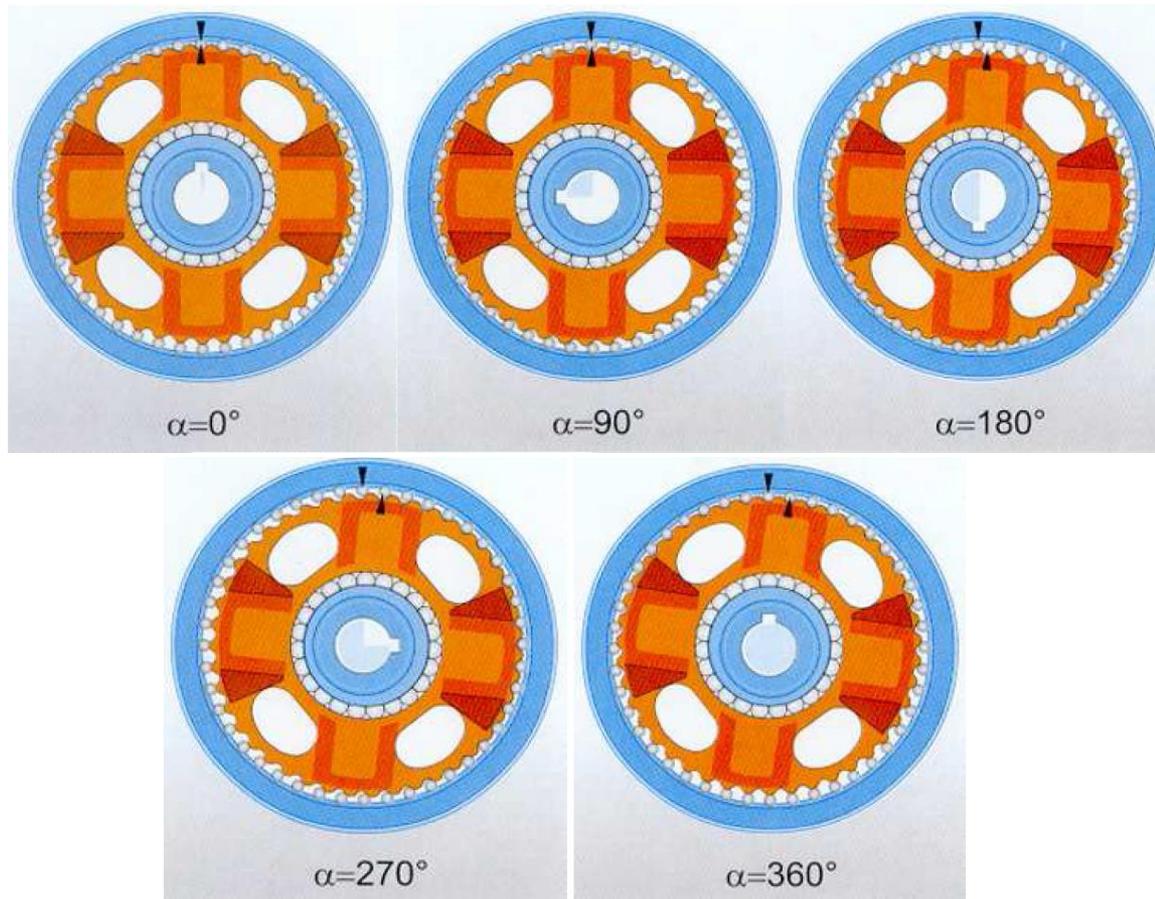
---

- Un **réducteur trochoïdal** est constitué d'une couronne et d'une roue dentée comportant une dent de moins que la couronne.
- La roue tourne autour d'un palier excentré par rapport à l'arbre d'entrée.
- A chaque tour de l'arbre d'entrée, la roue se décale d'une dent par rapport à la couronne.
- Le rapport de réduction vaut

$$\frac{\omega_{out}}{\omega_{in}} = \frac{1}{Z_C}$$

# Réducteurs trochoïdaux

- L'arbre d'entrée est l'arbre central. L'arbre de sortie est lié avec la roue dentée





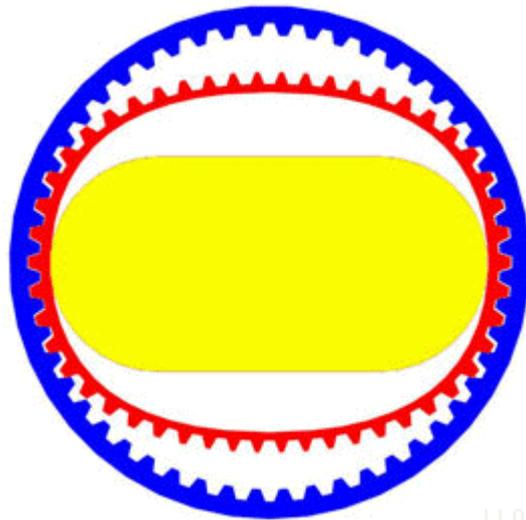
---

# HARMONIC DRIVE

# Harmonic drive

---

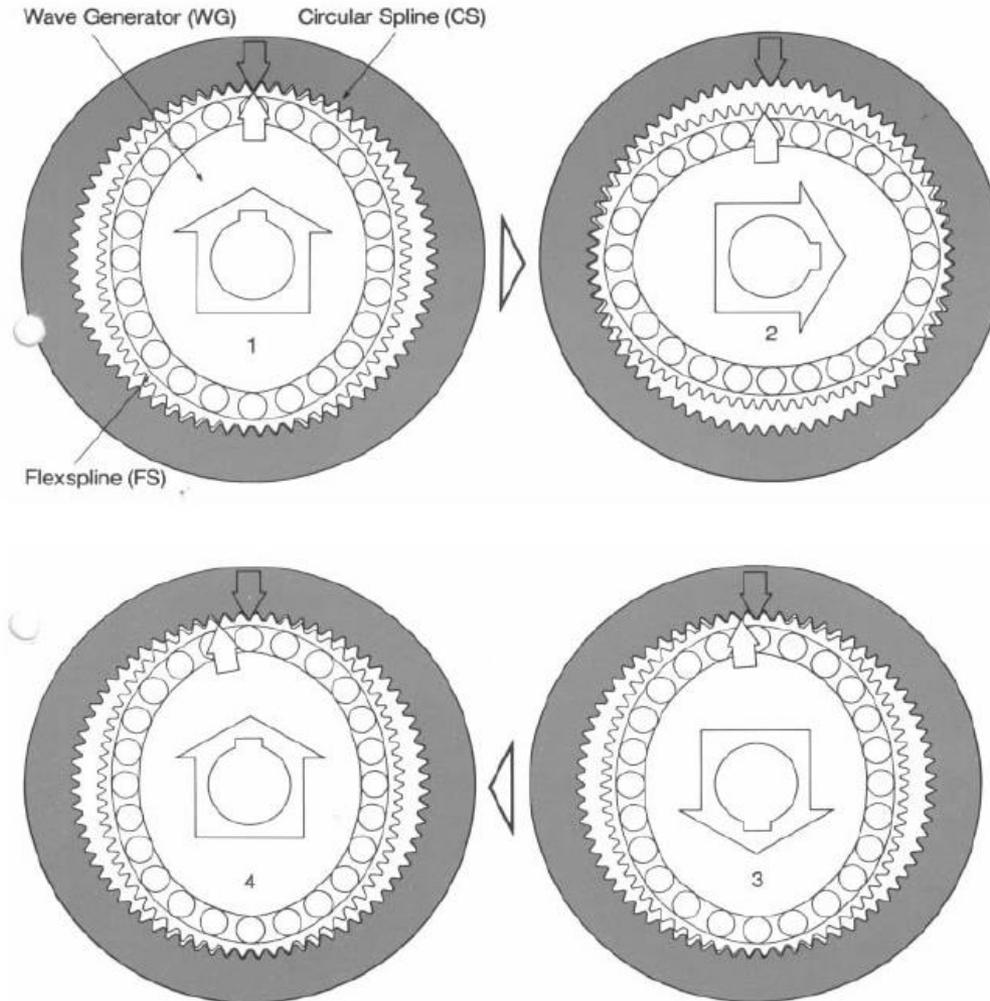
- Le principe de fonctionnement d'un harmonic drive est le même que pour le réducteur trochoïdal, sauf que la roue dentée est souple
- La roue dentée se déforme en épousant la circonférence du moyeu ovale



LL08



# Harmonic drive



# Harmonic drive

- Ce type de réducteur présente des caractéristiques particulièrement intéressantes notamment des rapports de réduction très élevés
- Ils sont utilisés dans de nombreux domaines comme l'automobile, l'aérospatiale, la robotique industrielle...

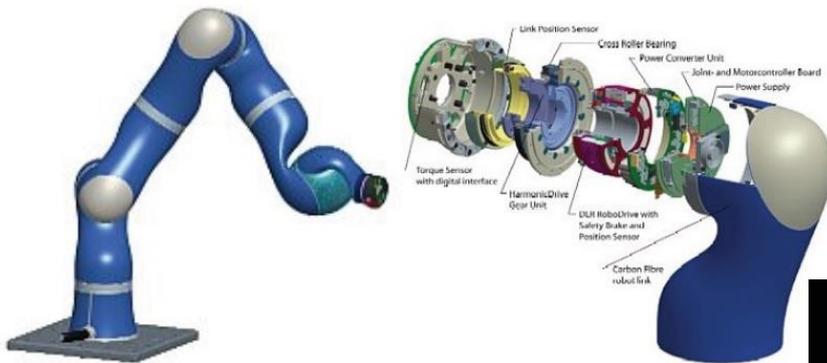


Figure 1

