# CONCEPTION DES ENGRENAGES
# Partim 3: Exercices
# Méthode AGMA

Pierre Duysinx

Aérospatiale & Mécanique

Année académique 2020-2021

# LAY-OUT

- Rappel de théorie
  - Choix de la géométrie des engrenages
  - Vérification des dentures selon l'AGMA

- Dimensionnement des engrenages selon AGMA
  - Ex1 denture droite
  - Ex2 denture droite
  - Ex3 denture hélicoïdale

# DIMENSIONNEMENT DES ENGRENAGES A DENTURES DROITES

# Détermination géométrie approchée
# -
# dentures droites

# Nombre de dents $Z_1$ et du diamètre primitif $d_{01}$ du pignon

- Le diamètre primitif $d_{01}$ supérieur de deux modules au diamètre de pied

$$d_{01} - 2,5\,m = d_{01}\left(1 - \frac{2,5}{Z_1}\right) \geq C\,.\,d$$

  - avec $C = 1,2$ pour un pignon arbré
    $C = 1,8$ pour un pignon rapporté
  - d diamètre de l'arbre portant le pignon, compte tenu éventuellement d'une rainure de cale si nécessaire.
- D'où la formule

$$\boxed{d_{01} \geq \frac{C\,.\,d\,.\,Z_1}{Z_1 - 2,5}}$$

- Le diamètre primitif $d_{01}$ sera déterminé si on connaît $Z_1$ et vice versa

# Nombre de dents $Z_1$ et du diamètre primitif $d_{01}$ du pignon

Pignon arbré

Pignon rapporté

# Choix du nombre de dents $Z_1$

- On choisit le nombre de dents $Z_1$ en respectant la règle DIN

$$
\begin{aligned}
20 < Z_1 < 25 \quad & \text{si} \quad 5\,m/s < v_0 \\
18 < Z_1 < 22 \quad & \text{si} \quad 1\,m/s < v_0 < 5\,m/s \\
15 < Z_1 < 20 \quad & \text{si} \quad v_0 < 1\,m/s
\end{aligned}
$$

$$v_0 = \frac{\pi\, d_{01}\, N}{60}$$

- $Z_1$ =20 appartient à tous les domaines. On le choisit comme première approximation

$$d_{01} = \frac{20\,C\,.\,d}{20 - 2,5}$$

  - Soit

$$
\begin{aligned}
d_{01} &= 1,37\,d \quad \text{pour un pignon arbré} \\
d_{01} &= 2,05\,d \quad \text{pour un pignon rapporté}
\end{aligned}
$$

# Choix du module m

- Module théorique (candidat module)

$$m^{\star} = \frac{d_{01}}{Z_1}$$

- Ajuster le nombre de dents à une valeur supérieure dans la série de Renard.

**Tableau LII**

*Module métrique m, pas primitif p et pas de base $p_b$*

| Modules 0,5 à 1,5 | | | Modules 2 à 6 | | | Modules 8 à 25 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m$ | $p$ | $p_b$ | $m$ | $p$ | $p_b$ | $m$ | $p$ | $p_b$ |
| 0,5 | 1,570 796 | 1,476 066 | 2 | 6,283 185 | 5,904 263 | 8 | 25,132 74 | 23,617 05 |
| 0,6 | 1,884 956 | 1,771 279 | 2,5 | 7,853 982 | 7,380 329 | 10 | 31,415 93 | 29,521 31 |
| 0,8 | 2,513 274 | 2,361 705 | 3 | 9,424 778 | 8,856 394 | 12 | 37,699 11 | 35,425 58 |
| | | 2,952 131 | | | | | | |
| 1 | 3,141 593 | | 4 | 12,566 371 | 11,808 526 | 16 | 50,265 48 | 47,234 10 |
| 1,25 | 3,926 991 | 3,690 164 | 5 | 15,707 963 | 14,760 657 | 20 | 62,831 85 | 59,042 63 |
| 1,5 | 4,712 389 | 4,428 197 | 6 | 18,849 556 | 17,712 789 | 25 | 78,539 82 | 73,803 29 |

# Choix du module m

- Module théorique (candidat module)

$$m^{\star} = \frac{d_{01}}{Z_1}$$

- Ajuster le nombre de dents à une valeur supérieure dans la série de Renard.

- On obtient un nouveau diamètre primitif

$$d_{01} = 20\, m$$

- On ajuste le nombre de dents $Z_1$ si nécessaire

# Choix de $Z_2$, $d_{02}$

- Supposons qu'on connaît $i=Z_2/Z_1$, on prend

$$Z_2^* = i\, Z_1$$

- On sélectionne $Z_2$:
  - Entier $$Z_2 \in N$$
  - $Z_2$ et $Z_1$ premiers entre eux

$$\mathrm{PGCD}(Z_1, Z_2) = 1$$

  - Une erreur sur le rapport de réduction réel plus petit que 3% ou 5%

$$i_{reel} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

$$\Delta i = \frac{i_{reel} - i_{th}}{i_{ith}} \leq 3\,\%$$

# Calcul de l'entraxe

- Calcul de l'entraxe

$$d_{01} = Z_1 \cdot m$$

$$d_{02} = Z_2 \cdot m$$

$$a = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} = d_{01} \frac{1 + i_{reel}}{2}$$

# Cycle itératif de conception

- On mène un calcul itératif jusqu'à convergence

$$
\begin{aligned}
& Z_1 \\
& m \\
& d_{01} \\
& Z_2 = i\, Z_1 \\
& d_{02} = Z_2\, m \\
& a_0 = d_{01}\, \frac{1+i}{2}
\end{aligned}
$$

(boucler si entraxe imposé)

- Remarque si $a_0$ et i sont donnés alors on a aussi $d_{01}$ et $d_{02}$.

$$a_{0,reel} = \frac{d_{01} + d_{02}}{2}$$

$$i_{reel} = \frac{d_{02}}{d_{01}}$$

# Choix des largeurs $b_1$ et $b_2$

- Les largeurs $b_1$ et $b_2$ sont choisies dans un premier temps en respectant les règles de bonne pratique suivantes.

- **Règle 1:** la largeur de la roue (2) est plus faible que celle du pignon (1):

$$b_2 = 0,9\, b_1 \qquad b_1 - b_2 \leq 5\, mm$$

- **Règle 2:** $b_1$ doit être choisi de manière à choisir des paramètres géométriques compatibles avec l'application
  - Paramètre $\psi_d = b_1/d_{01}$
  - Paramètre $\psi_m = b_1/m$
  - Comme $b_{1m}$ et $b_{1d}$ sont généralement différents, on prend la valeur moyenne des deux
  - On arrondit la valeur pour faciliter la fabrication

# Choix des largeurs $b_1$ et $b_2$

- <u>Paramètre $\psi_d = b_1/d_{01}$</u>
  - Faible vitesse (v<1 m/s), denture et pivoterie de qualité moyenne (roue folle, crabotage)

$$\psi_d = 0,23 + 0,0857\, i$$

  - Vitesse moyenne (1<v<5 m/s), denture et pivoterie de bonne qualité normale.

$$\psi_d = 0,50 + 0,0857\, i$$

  - Grande vitesse (v>5 m/s) et durée de vie élevée; denture et pivoterie très soignées

$$\psi_d = 0,80 + 0,0857\, i$$

  - Très grande vitesse (v>>5 m/s) durée de vie élevée; la meilleure précision pour l'ensemble.

$$\psi_d = 1,20 + 0,0857\, i$$

# Choix des largeurs $b_1$ et $b_2$

- <u>Paramètre $\psi_m = b_1/m$</u>
  - Denture coulée, de mauvaise qualité.

$$8 < \psi_m < 10$$

  - Denture soignée mais problème de parallélisme, déformée d'arbre (roue en porte-à-faux).

$$10 < \psi_m < 15$$

  - Denture soignée et parallélisme très correct.

$$15 < \psi_m < 30$$

  - Meilleure qualité de denture, appui très rigide et excellent parallélisme.

$$30 < \psi_m$$

# Vérification de la résistance des dentures
# -
# Dentures droites

# VERIFICATION DE LA RESISTANCE DES DENTURES

- Le calcul de l'AGMA est basé sur le calcul d'une contrainte représentative d'état de tension dû à la flexion de la dent

$$\boxed{\sigma = \frac{F_t}{b\,m\,J}\,\frac{K_a\,K_m}{K_v}\,K_s\,K_B\,K_I}$$

- Où l'on introduit un certain nombre de coefficients pour rendre compte de l'état de contrainte réel.

- On le compare ensuite à une tension admissible représentative de la capacité de la matière à soutenir des contraintes de flexion en fatigue.

$$S_{at} = R_\phi\,\frac{Y_N}{S_F\,Y_\theta\,Y_Z}$$

# VERIFICATION DE LA RESISTANCE DES DENTURES

- Le calcul de l'AGMA vérifie également la résistance à la fatigue de surface due à l'application d'une pression de contact

$$\boxed{p_{max} = C_p \sqrt{\frac{F_t}{b\, d_0\, I} \frac{C_a C_m}{C_v} C_s C_f}}$$

- Où l'on introduit un certain nombre de coefficients pour rendre compte de l'état de contrainte réel.

- On le compare ensuite à une pression admissible représentative de la capacité de la matière à soutenir le pitting (fatigue de surface).

$$S_{ac} = R_{pe,\phi} \frac{Z_N\, Z_W}{S_F\, Y_\theta\, Y_Z}$$

# VERIFICATION DE LA RESISTANCE DES DENTURES

- La largeur de la dent b ou F [mm]
- Module m [mm]
- J ou I facteur de forme pour la flexion ou la pression de contact
- $K_a$, $C_a$ : facteurs d'application de la charge
- $K_m$, $C_m$ : facteurs de distribution de la charge sur la largeur
- $K_v = C_v$ : facteurs dynamiques
- $K_S$, $K_B$, $K_I$: facteurs d'échelle, facteur de jante, facteur de roue folle

- $Y_N$ , $Z_N$ facteurs de durée de vie (autre que $10^7$ cycles).
- $Y_\theta$ Facteur de température de fonctionnement élevée.
- $Y_Z$ facteur de probabilité de rupture si différent de 0,99.
- $Y_W$ facteur de dureté.
- $S_F$ facteur de sécurité supplémentaire (1,5).

# VERIFICATION DE LA RESISTANCE DES DENTURES

- L'AGMA 2018.01 reformule ces contraintes admissibles sous forme de <u>puissances transmissibles</u>

$$\sigma = \frac{F_t}{b\,m\,J}\,\frac{K_a\,K_m}{K_v}\,K_s\,K_B\,K_I \leq S_{at}$$

- Peut se réécrire

$$F_t \leq S_{at}\,b\,m\,J\,\frac{K_v}{K_a\,K_m\,K_s\,K_B\,K_I}$$

- Etant donné que

$$F_t = \frac{\mathcal{P}}{v} = \frac{\mathcal{P}\,60}{\pi\,d_0\,N}$$

# VERIFICATION DE LA RESISTANCE DES DENTURES

- On peut écrire

$$\frac{\mathcal{P}\,60}{\pi\,d_0\,N} \;\leq\; S_{at}\,b\,m\,J\,\frac{K_v}{K_a\,K_m\,K_s\,K_B\,K_I}$$

$$\mathcal{P}_{ac} \;\leq\; S_{at}\frac{\pi}{60}\,d_0\,N\,b\,m\,J\,\frac{K_v}{K_a\,K_m\,K_s\,K_B\,K_I}$$

- En adoptant les unités suivantes
  - P [kW]
  - N [tr/min]
  - b [mm], $d_0$ [mm]
  - $S_{at}$ [Mpa]

$$\mathcal{P}_{ac} \;\leq\; \frac{N\,b}{1,9098\;10^7}\;\frac{J\,K_v}{K_a\,K_m\,K_s\,K_B\,K_I}\,d_0\,m\,S_{at}$$

# VERIFICATION DE LA RESISTANCE DES DENTURES

- De même pour la pression admissible on peut faire un développement similaire pour mettre en évidence la puissance transmissible au lieu de la pression de contact

$$p_{max} = C_p \sqrt{\frac{F_t}{b\, d_0\, I} \frac{C_a C_m}{C_v} C_s C_f} \leq S_{at}$$

- Peut se réécrire

$$F_t \leq S_{ac}^2 \frac{b\, d_0\, I}{C_p^2} \frac{C_v}{C_a\, C_m\, C_s\, C_f}$$

- Etant donné que

$$F_t = \frac{\mathcal{P}}{v} = \frac{\mathcal{P}\, 60}{\pi\, d_0\, N}$$

# VERIFICATION DE LA RESISTANCE DES DENTURES

- Il vient

$$\frac{\mathcal{P}\,60}{\pi\,d_0\,N} \leq S_{ac}^2\,\frac{b\,d_0\,I}{C_p^2}\,\frac{C_v}{C_a\,C_m\,C_s\,C_f}$$

- Peut se réécrire

$$\mathcal{P} \leq \frac{\pi\,d_0\,N}{60}\,S_{ac}^2\,\frac{b\,d_0\,I}{C_p^2}\,\frac{C_v}{C_a\,C_m\,C_s\,C_f}$$

- Soit au final la condition et avec les unités choisies

$$\mathcal{P}_{ac} \leq \frac{N\,b}{1,9098\;10^7}\,\frac{I\,C_v}{C_a\,C_m\,C_s\,C_f}\left[\frac{d_0\,S_{ac}}{C_p}\right]^2$$

- Avec
  - P [kW]
  - $S_{ac}$ [Mpa]
  - $C_p$ [$MPa^{1/2}$]
  - b [mm]
  - $d_0$ [mm]
  - m [mm]
  - N [tr/min]

# VERIFICATION DE LA RES ISTANCE DES DENTURES

**Vérification des dents à la flexion et à la pression de contact selon approche AGMA**

- La denture sera vérifiée en écrivant l'équation de la puissance maximale transmissible respectivement à la pression superficielle (pitting) et à la flexion.

- Puissance transmissible à la pression (AGMA)

$$P_{ac} = \frac{N_p\, b}{1,91\, 10^7}\, \frac{I\, C_v}{C_{SF}}\, \left[\frac{d\, S_{ac}}{C_p}\right]^2$$

- Puissance transmissible à la flexion (AGMA)

$$P_{at} = \frac{N_p\, b}{1,91\, 10^7}\, \frac{J\, K_v}{K_{SF}}\, d\, S_{at}\, m$$

# Exercice 1

# Exercice 1

- Soit à transmettre 110 kW via un réducteur (i = 4) à engrenages à denture droite. L'arbre d'entrée tourne à 500 tr/min. Le pignon est calé sur l'arbre.
- Recherchez les caractéristiques de l'engrènement ($Z_1$, $Z_2$, $d_{01}$, $d_{02}$, m, $b_1$, $b_2$, ) et faites un choix de matériau pour le pignon.
- Entraînement par moteur électrique, démarrage moyen. Chocs raisonnables, 16 h/jour, durée de vie 50 000 heures.

# Exercice 1:

**Caractéristiques des engrenages**

- On peut démarrer avec le diamètre primitif du pignon.

$$d_{01} - 2,5\,m = d_{01}\left(1 - \frac{2,5}{Z_1}\right) \geq C\,d$$

  - C=1,8 pignon rapporté (=calé)

- En prenant un nombre de dents au pignon valant $Z_1$ = 20, nous pouvons déduire la valeur minimale que doit avoir le diamètre primitif en fonction du diamètre de l'arbre :

$$d_{01} = 2,05\,.\,d$$

# Exercice 1:

- Connaissant la puissance et la vitesse de rotation, on calcule d par la formule des arbres de manège (à défaut d'une autre donnée!).
- Le rapport P/N étant inférieur à l'unité, nous avons avec la formule des arbres de manège:

$$d_n[mm] = 130 \sqrt[n]{\frac{p[kW]}{N[tr/min]}} = \sqrt[4]{\frac{110}{500}} = 89,03\, mm$$

- Diamètre extérieur de l'arbre (habillage) :

$$d = 89 + 2\, t_1 = 89 + 2\, 10 = 109\, mm$$

- On trouve

$$d_{01} = 2,05\, 109 = 223,45\, mm$$

# Exercice 1

- On en déduit le module théorique

$$m^{\star} = \frac{d_{01}}{Z_1} = \frac{223,45}{20} = 11,1725\,mm$$

- Il est normalisé à

$$m = 12$$

| Valeurs normalisées du module *m* (NF ISO 54...) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| valeurs principales en mm | | | | | valeurs secondaires en mm | | | | |
| 0,06 | 0,25 | 1,25 | 5 | 20 | 0,07 | 0,28 | 1,125 | 5,5 | 22 |
| 0,08 | 0,30 | 1,5 | 6 | 25 | 0,09 | 0,35 | 1,375 | 7 | 28 |
| 0,10 | 0,40 | 2 | 8 | 32 | 0,11 | 0,45 | 1,75 | 9 | 36 |
| 0,12 | (0,50) | 2,5 | 10 | 40 | 0,14 | (0,55) | 2,75 | 11 | 45 |
| 0,15 | (0,80) | 3 | 12 | 50 | 0,18 | (0,7) | 3,5 | 14 | 55 |
| 0,20 | 1,0 | 4 | 16 | 60 | 0,22 | (0,9) | 4,5 | 18 | 70 |

( ) entre parenthèses, ancienne normalisation

- Nous recalculons la valeur du diamètre primitif correspondant au module normalisé :

$$d_{01} = 20\ 12 = 240\,mm$$

# Exercice 1

- On calcule ensuite les caractéristiques de la roue dentée.

$$Z_2 = Z_1\, i = 20\, 4 = 80$$

- En bonne pratique, on choisit deux nombres premiers entre eux pour minimiser l'usure même si on commet une petite erreur de rapport de réduction. On prend donc :

$$Z_2 = 79 \text{ dents} \qquad i = 79/20 = 3.95$$

$$\Delta i = \frac{i_{reel} - i_{th}}{i_{ith}} = \frac{3.95 - 4}{4} - 1.25\,\% \leq 3\,\%$$

- L'entraxe $a_0$ est de

$$a_0 = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} = \frac{Z_1 + Z_2}{2}\, m = Z_1\, m\, \frac{1+i}{2}$$
$$= 594\, mm$$

# Exercice 1

**Largeur des dents**

- On calcule le ratio

$$\psi_d = \frac{b_1}{d_{01}}$$

- Vitesse tangente au diamètre primitif

$$v_t = \frac{\pi\, d_{01}\, N}{60} = 6,28\, m/s$$

- On utilise la formule

$$\psi_d = 0,8 + 0,0857\, i = 0,8 + 0,0857\, \frac{79}{20} = 1,1385$$

- Il vient

$$b_1 = \psi_d\, d_{01} = 1,1385\, 12\, 20 = 273,24\, mm$$

- soit

$$b_1 = 273\, mm$$

# Exercice 1

**Largeur des dents**

- D'autre part

$$b_2 = 0,9\, b_1 = 246\, mm$$

- Si $b_1$-$b_2$<5 mm, alors on garde $b_2$, sinon (c'est la cas ici)

$$b_2 = b_1 - 5\, mm = 268\, mm$$

# Exercice 1

**Vérification des dents à la flexion et à la pression de contact selon approche AGMA**

- La denture sera vérifiée en écrivant l'équation de la puissance maximale transmissible respectivement à la pression superficielle (pitting) et à la flexion.

- Puissance transmissible à la pression (AGMA)

$$P_{ac} = \frac{N_p\, b}{1,91\, 10^7}\, \frac{I\, C_v}{C_{SF}}\, \left[\frac{d\, S_{ac}}{C_p}\right]^2$$

- Puissance transmissible à la flexion (AGMA)

$$P_{at} = \frac{N_p\, b}{1,91\, 10^7}\, \frac{J\, K_v}{K_{SF}}\, d\, S_{at}\, m$$

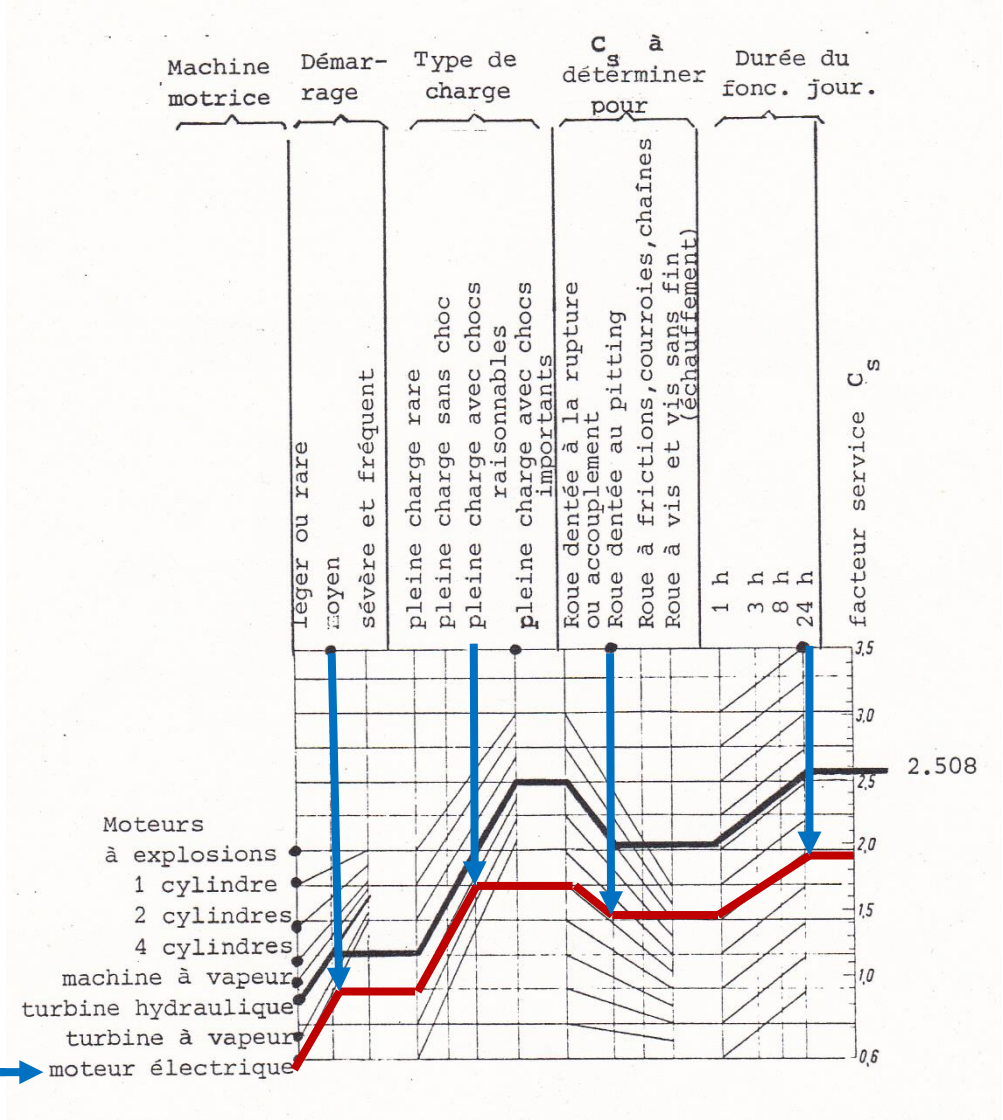
# Exercice 1

- Puissance transmissible à la pression de contact

$$P_{ac} = \frac{N_p\, b}{1,91\ 10^7}\ \frac{I\, C_v}{C_{SF}}\ \left[\frac{d\, S_{ac}}{C_p}\right]^2$$

  - $N_p$ vitesse de rotation: 500 tr/min
  - Largeur de la roue: $b=b_2=268$ mm
  - Rapport de réduction i=3,95
  - Diamètre primitif $d=d_{01}=240$ mm
  - Facteur de service: suivant Richter Ohlendorff $C_{sf}=2,0$
    - Entraînement par moteur électrique, démarrage moyen. Chocs raisonnables, 16 h/jour, durée de vie 50 000 heures

# Exercice 1


Machine motrice
Démar-rage
Type de charge
$C_s$ à déterminer pour
Durée du fonc. jour.
léger ou rare
moyen
sévère et fréquent
pleine charge rare
pleine charge sans choc
pleine charge avec chocs raisonnables
pleine charge avec chocs importants
Roue dentée à la rupture ou accouplement
Roue dentée au pitting
Roue à frictions, courroies, chaînes
Roue à vis et vis sans fin (échauffement)
1 h
3 h
8 h
24 h
facteur service $C_s$
3,5
3,0
2,5
2,0
1,5
1,0
0,6
2.508
Moteurs à explosions
1 cylindre
2 cylindres
4 cylindres
machine à vapeur
turbine hydraulique
turbine à vapeur
moteur électrique

# Exercice 1

- Puissance transmissible à la pression de contact

$$P_{ac} = \frac{N_p\, b}{1,91\, 10^7}\, \frac{I\, C_v}{C_{SF}} \left[\frac{d\, S_{ac}}{C_p}\right]^2$$

  - Facteur géométrique I: I=0,108
  - Facteur Dynamique Cv: Qv=7 (hypothèse)

$$C_v = K_v = \left[\frac{A}{A + \sqrt{200\, v_t}}\right]^B$$

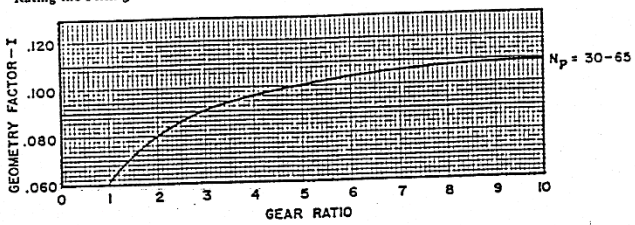
$$B = \frac{(12 - Q_v)^{0,667}}{4} \qquad A = 50 + 56\,(1 - B) \qquad v_{t\,max} = [A + (Q_v -)]^2/200$$

$$V_t = 6.28 m/s \leq V_t^{max} = \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200} = 23.83\, m/s$$

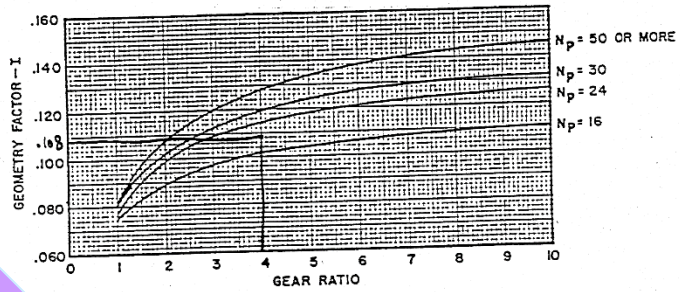
$$B = 0,7314 \qquad A = 65,04 \qquad C_v = 0,7275$$

# Exercice 1

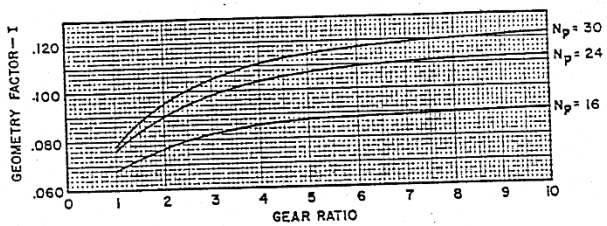
Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur and Helical Involute Gear Teeth




(A) 14½ Degree Pressure Angle Full Depth Teeth —
(Standard Addendum = $1/P_d$)




(B) 20 Degree Pressure Angle Full Depth Teeth —
(Standard Addendum = $1/P_d$)



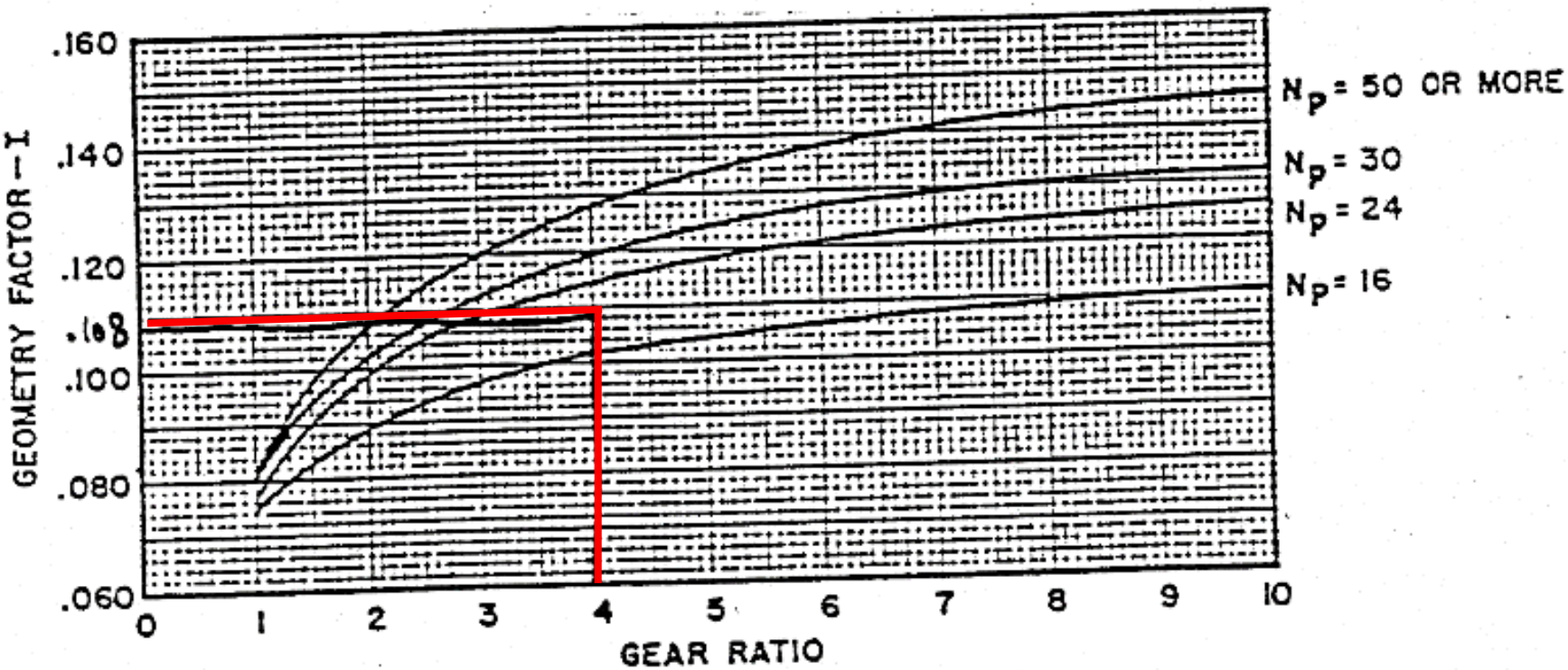

(C) 20 Degree Pressure Angle Stub Teeth—
(Standard Addendum = $0.8/P_d$)

NOTE: All curves are for the lowest point of single tooth contact on the pinion.

Fig. A2 External Spur Pinion Geometry Factor, $I$
(for Standard Center Distances)

AGMA—218.01, Dec. 1982

# Exercice 1




(B) 20 Degree Pressure Angle Full Depth Teeth —

(Standard Addendum = $1/P_d$)

# Exercice 1

- Puissance transmissible à la pression de contact

$$P_{ac} = \frac{N_p\, b}{1,91\, 10^7}\, \frac{I\, C_v}{C_{SF}} \left[\frac{d\, S_{ac}}{C_p}\right]^2$$

- Coefficient élastique

$$C_p = \left[\pi \left(\frac{1-\nu_P^2}{E_P} + \frac{1-\nu_R^2}{E_R}\right)\right]^{-1/2}$$

- Pour l'acier $\nu_P = \nu_R = 0,3 \quad E_P = E_R = 217500\, MPa.$

$$C_p = 195$$

# Exercice 1

- Puissance transmissible à la pression de contact

$$P_{ac} = \frac{N_p\, b}{1,91\, 10^7}\, \frac{I\, C_v}{C_{SF}}\, \left[\frac{d\, S_{ac}}{C_p}\right]^2$$

- En considérant les valeurs de toutes les grandeurs, nous pouvons écrire pour la pression superficielle :

$$110 < \frac{500 \cdot 268 \cdot 0,108 \cdot 0,7275}{1,91\, 10^7 \cdot 2,0}\, \left(\frac{240\, S_{ac}}{195}\right)^2$$

$$110 < 0,000417495\, S_{ac}^2$$

- On trouve que la contrainte maximale de pression du matériau doit être au moins égale à :

$$S_{ac} \geq 513,3\, MPa$$

# Exercice 1

- Puissance transmissible à la flexion

$$P_{at} = \frac{N_p\, b}{1,91\, 10^7}\, \frac{J\, K_v}{K_{SF}}\, d\, S_{at}\, m$$

  - $N_p$ vitesse de rotation: 500 tr/min
  - Largeur de la roue: $b=b_2=268$ mm
  - Rapport de réduction i=3,95
  - Diamètre primitif $d=d_{01}=240$ mm
  - Facteur de service: suivant Richter Ohlendorff $C_{sf}=2,2$
  - Facteur dynamique: $K_v=0,7275$ (identique à $C_v$)
  - Facteur Géométrique à la flexion J=0,34 ($Z_1=20$, $Z_2=79$)

# Exercice 1

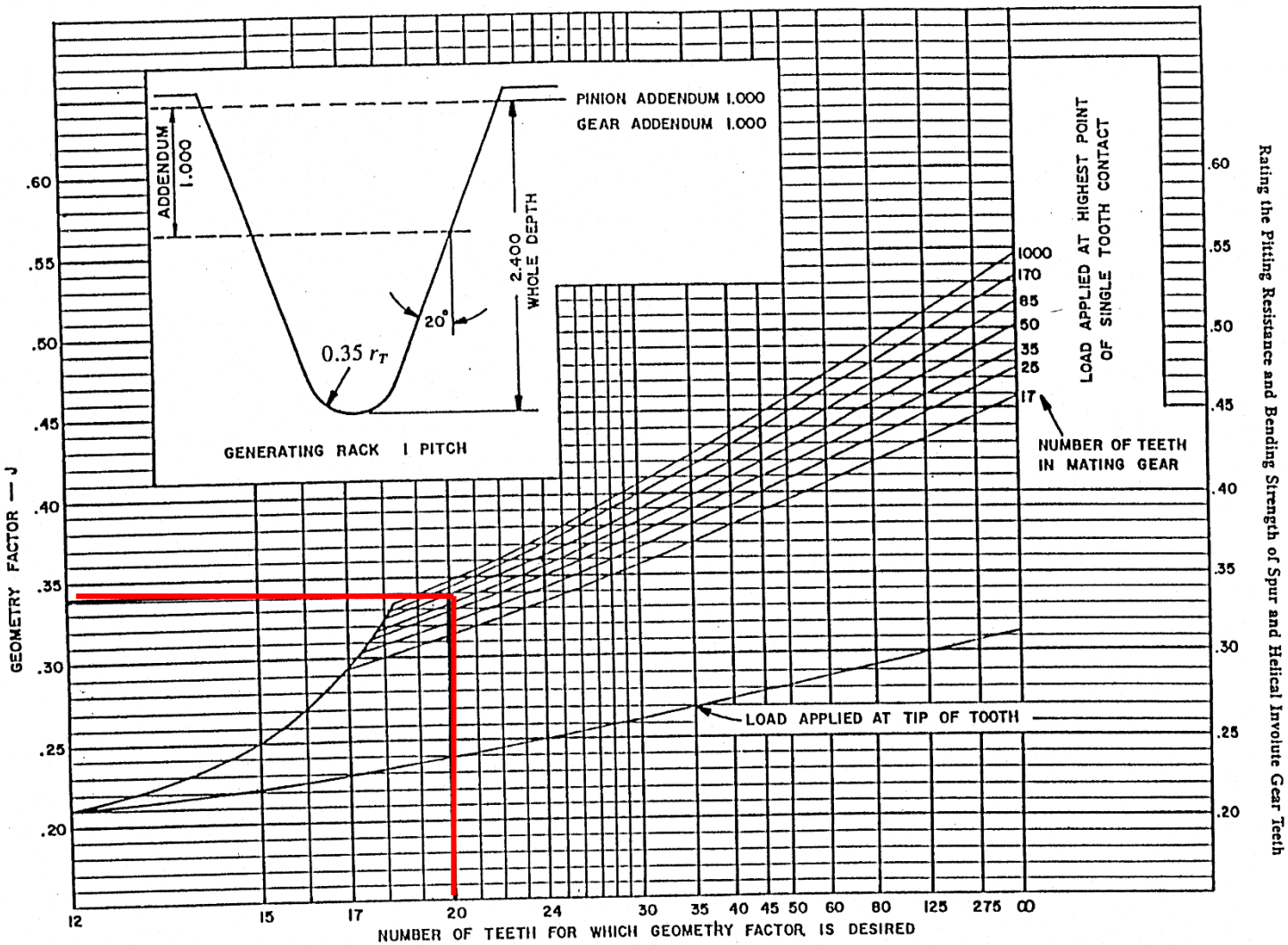



Fig. B1 Geometry Factor, $J$, 20 Degree Spur

(Standard Addendum)

# Exercice 1

- Puissance transmissible à la flexion

$$P_{at} = \frac{N_p\, b}{1,91\, 10^7}\, \frac{J\, K_v}{K_{SF}}\, d\, S_{at}\, m$$

- En considérant les valeurs de toutes les grandeurs, nous pouvons écrire pour la flexion:

$$110 < \frac{500 \cdot 268 \cdot 0,34 \cdot 0,7275}{1,91\, 10^7 \cdot 2,2}\, 240\, S_{at}\, 12$$

- On trouve que la contrainte maximale de flexion du matériau doit être au moins égale à :

$$S_{at} \geq 48,42\, MPa$$

# Exercice 1

## Sélection du matériau:

- Avec les valeurs des contraintes $S_{ac}$ et $S_{at}$ et à l'aide des tables 5 et 6, nous pouvons choisir l'acier A1.

Table 6
Allowable Bending Stress Number, $s_{at}$

| Material | AGMA Class | Commercial Designation | Heat Treatment | Minimum Hardness Surface | Core | $s_{at}$, lb/in² | (MPa) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Steel | A-1 | — | Through Hardened | 180 BHN | — | 25-33 000 | (170-230) |
| | | | | 240 BHN | — | 31-41 000 | (210-280) |
| | | | | [illegible] | | [illegible] | [illegible] |
| | | | Tempered (Fig. 15) | 360 BHN | — | 40-52 000 | (280-360) |
| | A-5 | | | 400 BHN | — | 42-56 000 | (290-390) |
| | | | Flame or Induction Hardened* With Type A Pattern (Fig. 16) | 50-54 HRC | — | 45-55 000 | (310-380) |
| | | | Flame or Induction Hardened With Type B Pattern (Fig. 16) | | — | 22 000 | (150) |
| | | | Carburized* & Case Hardened* | 55 HRC | — | 55-65 000 | (380-450) |
| | | | | 60 HRC | — | 55-70 000 | (380-480) |
| | | AISI 4140 | Nitrided*† | 48 HRC | 300 BHN | 34-45 000 | (230-310) |
| | | AISI 4340 | Nitrided*† | 46 HRC | 300 BHN | 36-47 000 | (250-325) |
| | | Nitralloy 135M | Nitrided*† | 60 HRC | 300 BHN | 38-48 000 | (260-330) |
| | | 2½% Chrome | Nitrided*† | 54-60 HRC | 350 BHN | 55-65 000 | (380-450) |
| Cast Iron | 20 | | As Cast | — | — | 5 000 | (35) |
| | 30 | | As Cast | 175 BHN | — | 8 500 | (69) |
| | 40 | | As Cast | 200 BHN | — | 13 000 | (90) |
| Nodular (Ductile) Iron | A-7-a | 60-40-18 | Annealed | 140 BHN | — | 90-100% of $s_{at}$ for steel of same hardness | |
| | A-7-c | 80-55-06 | Quenched & Tempered | 180 BHN | — | | |
| | A-7-d | 100-70-03 | " " | 230 BHN | — | | |
| | A-7-e | 120-90-02 | " " | 270 BHN | — | | |
| Malleable Iron (Pearlitic) | A-8-c | 45007 | — | 165 BHN | — | 10 000 | (70) |
| | A-8-e | 50005 | — | 180 BHN | — | 13 000 | (90) |
| | A-8-f | 53007 | — | 195 BHN | — | 16 000 | (110) |
| | A-8-l | 80002 | — | 240 BHN | — | 21 000 | (145) |
| Bronze | Bronze 2 | AGMA 2C | Sand Cast Sand Cast | Tensile Strength Minimum 40 000 lb/in² (275 MPa) | | 5 700 | (40) |
| | Al/Br 3 | ASTM B-148-52 Alloy 9C | Heat Treated | Tensile Strength Minimum 90 000 lb/in² (620 MPa) | | 23 600 | (160) |

*The range of allowable stress numbers indicated, may be used with the case depths prescribed in paragraph 14.2

† The overload capacity of nitrided gears is low, since the shape of the effective S-N curve is flat. The sensitivity to shock should be investigated before proceeding with the design.

34

AGMA—218.01, Dec. 19

Table 5
Allowable Contact Stress Number, $s_{ac}$

| Material | AGMA Class | Commercial Designation | Heat Treatment | Minimum Hardness at Surface | $s_{ac}$, lb/in² | (MPa) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Steel | A-1 | — | Through Hardened | 180 BHN & less | 85-95 000 | (590-660) |
| | | | | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| | | | Tempered (Fig. 14) | 300 BHN | 120-135 000 | (830-930) |
| | A-5 | | | 360 BHN | 145-160 000 | (1 000-1 100) |
| | | | | 400 BHN | 155-170 000 | (1 100-1 200) |
| | | | Flame* or Induction Hardened* | 50 HRC | 170-190 000 | (1 200-1 300) |
| | | | | 54 HRC | 175-195 000 | (1 200-1 300) |
| | | | Carburized* & Case Hardened* | 55 HRC | 180-200 000 | (1 250-1 400) |
| | | | | 60 HRC | 200-225 000 | (1 400-1 550) |
| | | AISI 4140 | Nitrided* | 48 HRC | 155-180 000 | (1 100-1 250) |
| | | AISI 4340 | Nitrided* | 46 HRC | 150-175 000 | (1 050-1 200) |
| | | Nitralloy 135M | Nitrided* | 60 HRC | 170-195 000 | (1 170-1 350) |
| | | 2½% Chrome | Nitrided* | 54 HRC | 155-172 000 | (1 100-1 200) |
| | | 2½% Chrome | Nitrided* | 60 HRC | 192-216 000 | (1 300-1 500) |
| Cast Iron | 20 | | As Cast | — | 50-60 000 | (340-410) |
| | 30 | | As Cast | 175 BHN | 65-75 000 | (450-520) |
| | 40 | | As Cast | 200 BHN | 75-85 000 | (520-590) |
| Nodular (Ductile) Iron | A-7-a | 60-14-18 | Annealed | 140 BHN | 90-100% of $s_{ac}$ value of steel with same hardness | |
| | A-7-c | 80-55-06 | Quenched & Tempered | 180 BHN | | |
| | A-7-d | 100-70-03 | " " | 230 BHN | | |
| | A-7-e | 120-90-02 | " " | 270 BHN | | |
| Malleable Iron (Pearlitic) | A-8-c | 45007 | — | 165 BHN | 72 000 | (500) |
| | A-8-e | 50005 | — | 180 BHN | 78 000 | (540) |
| | A-8-f | 53007 | — | 195 BHN | 83 000 | (570) |
| | A-8-l | 80002 | — | 240 BHN | 94 000 | (650) |
| Bronze | Bronze 2 | AGMA 2C | Sand Cast | Tensile Strength Minimum 40 000 lb/in² (275 MPa) | 30 000 | (205) |
| | Al/Br 3 | ASTM B-148-52 Alloy 9C | Heat Treated | Tensile Strength Minimum 90 000 lb/in² (620 MPa) | 65 000 | (450) |

*The range of allowable stress numbers indicated, may be used with the case depths prescribed in paragraph 14.2

AGMA—218.01, Dec. 1982

33

# Exercice 2

# Exercice 2

- Soit à transmettre 55 kW via un réducteur (i = 4) à engrenages à denture droite. L'arbre d'entrée tourne à 500 tr/min. Le pignon est arbré sur l'arbre.
- Recherchez les caractéristiques de l'engrènement ($Z_1$, $Z_2$, $d_{01}$, $d_{02}$, m, $b_1$, $b_2$, ) et faites un choix de matériau pour le pignon.
- Entraînement par moteur électrique, démarrage moyen. Chocs raisonnables, 16 h/jour, durée de vie 50 000 heures.

# Exercice 2

- La solution de l’exercice est livrée dans les notes de cours.

# DETERMINATION GEOMETRIE APPROCHEE
# -
# DENTURES HELICOÏDALES

# Caractéristiques du pignon

- La méthode développée pour la denture droite est valable jusqu'au calcul du module apparent

$$Z_1$$

$$d_{01}$$

$$m_t = \frac{d_{01}}{Z_1} \quad \text{non normalisé}$$

- On choisit la largeur de la dent b'

$$b'_1 > b'_2$$

- La largeur du pignon est ensuite choisie en fonction des paramètres $\psi_m$ et $\psi_d$, d'écriture modifiée.

$$\psi_m = \frac{b_1}{m_t} \qquad \psi_d = \frac{b_1}{d_{01}}$$

- $\Psi_m$ ne peut dépasser 30 quand $\beta_0$ est supérieur à 25°

# Caractéristiques du pignon

- La norme DIN permet ensuite de déterminer l'inclinaison provisoire des dents $\beta_0$ en fixant temporairement $\varepsilon_\beta$=1.2 dans une première étape du calcul :

$$\epsilon_\beta = \frac{S_p}{p_t} = \frac{b_2 \tan\beta_0}{\pi\, m_t} = \frac{0.9\, b_1 \tan\beta_0}{\pi\, m_t} = 1.2$$

- Et partant de là

$$\beta_0 = \tan^{-1}\left(3.5\,\frac{m_t}{b_1}\right)$$

- que l'on arrondit à un nombre entier de degrés.

- On en déduit la valeur du module normal théorique m* que l'on normalise à la valeur supérieure.

$$m_n^\star = m_t \cos\beta_0 \leq m_n^{\mathrm{ISO}}$$

# Caractéristiques du pignon

- Toute la géométrie sera recalculée en adoptant ce module normalisé et la valeur arrondie de $\beta_0$:

$$
\begin{aligned}
& Z_1 \\
m_t &= \frac{m_n}{\cos\beta_0} \\
d_{01} &= Z_1\, m_t \\
d_{02} &= i\, d_{01} \\
Z_2 &= i\, Z_1 \\
a_0 &= d_{01}\,\frac{1+i}{2} \\
b_1 &= 3.5\,\frac{m_t}{\tan\beta_0} \quad \text{et} \quad b'_1 = \frac{b_1}{\cos\beta_0} \\
b'_2 &= \frac{b'_1}{1.1} \quad \text{et} \quad b_2 = \frac{b_1}{1.1}
\end{aligned}
$$

# Caractéristiques du pignon

- Le calcul de la vitesse périphérique v au cercle primitif va permettre d'ajuster le nombre de dents.

- L'angle d'hélice $\beta_0$ peut être modifié ultérieurement de manière à conduire à un entraxe fixé à l'avance:

$$a_0 = \frac{Z_1 \, m_n}{\cos \beta_0} \, \frac{1+i}{2}$$

# Exercice 3

# Exercice 3

- Un pignon à denture hélicoïdale calé en bout d'arbre, entraîne une roue dont les caractéristiques sont : m=4, $Z_2$=91, $b_2$=45 mm, $\alpha_0$=20°, $\beta_0$=20°, $N_2$=750tr/min. La puissance reçue par la roue vaut 100 kW.
- Un moteur électrique entraîne le pignon (3000 tr/min) par l'intermédiaire d'un accouplement qui ne transmet que de la torsion.
- On demande de choisir les caractéristiques du pignon ($Z_1$, $b_1$, $d_{01}$) et de vérifier la fixation du pignon sur l'arbre.
- L'entraînement par le moteur électrique se fait selon un démarrage moyen, chocs raisonnables, 16h/jour, durée de vie 50 000h.

# Exercice 3

- Caractéristique du pignon

$$i = \frac{3000}{750} = 4$$

- Ce qui donne

$$Z_1 = \frac{Z_2}{i} = \frac{91}{4} = 22,75$$

- On choisit

$$Z_1 = 23 \quad \text{dents}$$

- Le rapport de réduction réel

$$i_{\text{réel}} = \frac{91}{23} = 3,956$$

  - Soit une erreur de 1,1%

# Exercice 3

- On calcule le module tangent

$$m_t = \frac{m_n}{\cos\ \beta_0} = \frac{4}{\cos 20°} = 4,257$$

- Soit le diamètre primitif du pignon:

$$d_{01} = m_t\, Z_1 = 4,257\, 23 = 97,9\, mm$$

- Vitesse tangente au diamètre primitif

$$v = \frac{\pi\, d_{01}\, N}{60} = \frac{\pi\, 97,9\, 10^{-3}\, 3000}{60} = 15,38\, m/s$$

# Exercice 3

- Cette vitesse est inférieure à 20 et 25 m/s de sorte que pour un nombre de dents égal $Z_1$=23 est acceptable,

- On peut calculer:

$$\epsilon_\beta = \frac{b_2 \tan\beta_0}{\pi\, m_t} \geq 1,22$$

- Il vient

$$b_2 > 1,2\,\frac{\pi\, m_t}{\tan\beta_0} = 44,09\, mm$$

- On choisit

$$b_2 = 45\, mm$$

- On trouve

$$b_1 = 1,1\, b_2 = 49,5\, mm$$

# Exercice 3

- On finit par calculer l'entraxe

$$a_0 = \frac{Z_1\, m_n}{\cos\beta_0}\,\frac{1+i}{2} = \frac{23\,.\,4}{\cos 20^\circ}\,\frac{1+3,956}{2}$$
$$= 214,23\; mm$$