

CONCEPTION DES ENGRENAGES

Partim 4: Exercices

Méthode ISO Simplifiée

Pierre Duysinx

Aérospatiale & Mécanique
Année académique 2020-2021

LAY-OUT

- Présentation de la méthode ISO Simplifiée
- Dimensionnement des engrenages selon ISO Simplifiée
 - Ex1 denture droite
 - Ex2 denture droite et entraxe imposé
 - Ex3 denture hélicoïdale et entraxe imposé



Présentation de la Méthode ISO Simplifiée

Méthode ISO Simplifiée

- Cette méthode permet le dimensionnement rapide des engrenages pour un avant-projet.
- Elle s'applique aux engrenages dont la géométrie est conforme aux normes ISO.
- Les cas envisagés sont ceux de la **mécanique générale**, de la grosse mécanique et des engrenages à grande vitesse.

Méthode ISO Simplifiée

□ Pression de contact

$$a^3 \geq \frac{K_A \mathcal{P}}{k n_1 Z_N^2} \frac{(u \pm 1)^3}{u} K_i$$

- $u = d_{02}/d_{01}$ rapport de réduction (i dans le cours)
- a entraxe en mm
- K_A facteur d'application de la charge
- $\mathcal{P}$ puissance à transmettre (en kW)
- k ratio entre largeur de roue et entraxe b/a
- Z_N facteur de Wöhler
- K_i facteur tenant compte du type d'engrenage, des matériaux, de la vitesse périphérique, de la qualité de la denture
- n_i fréquence de rotation (**tour/s** ou Hz)

Méthode ISO Simplifiée

□ Flexion de la dent

$$Z_1 \leq Z_\infty \frac{u \pm 1}{u}$$

- Les calculs demandent la connaissance des coefficients
 - K_A coefficient d'application de la charge
 - Z_N facteur de Wöhler pour une durée de vie finie
 - K_i facteur de pression superficielle
 - Z_∞ nombre de dents limite pour la flexion
- Ils sont déterminés à l'aide de tables

Méthode ISO Simplifiée

□ K_A coefficient d'application de la charge

	I		II		III	
	a	b	a	b	a	b
A	1	1,16	1,25	1,45	1,5	1,75
B	1,25	1,45	1,5	1,75	1,75	2,25
C	1,5	1,75	1,75	2,25	2,25	2,85

Tableau 1: coefficient d'application de la charge

- A : moteur électrique ou turbine
- B : moteur polycylindrique
- C : moteur monocylindrique
- I : machine menée sans chocs
- II : machine menée avec chocs modérés
- III : machine menée avec chocs caractérisés
- a : jusqu'à 12 heures de fonctionnement par jour
- b : plus de 12 heures de fonctionnement par jour

Méthode ISO Simplifiée

- Facteur Z_N de Wöhler pour une durée de vie finie
- On choisit un nombre d'heures de fonctionnement souhaitées et on calcule

$$N = 3,6 H n_1 10^{-4}$$

- Si $N > 1$

$$Z_N = 1$$

- Si $N < 1$

$$Z_N = (N)^{-0,1}$$

Méthode ISO Simplifiée

- K_f facteur de pression superficielle et Z_∞ nombre de dents limite pour la flexion

- Engrenages de mécanique générale: Tableau 2

– Les nomenclatures I, II, III et IV sont relatives aux cas suivants:

Meilleur
Plus cher

- I Pignon et roue en acier cémenté trempé. Rectification - Qualité 5 et 6.

- II Pignon comme I, roue en acier allié traité pour 350 HB. Rectification. Qualités ISO 5 et 6.

- III Pignon comme roue en II, roue en acier allié 270 HB - Usinage soigné par génération - Qualité ISO 6 et 7.

Moins bon
Moins cher

- IV Pignon en acier allié 270 HB, roue en acier allié 225 HB - Usinage soigné - Qualité ISO 6 et 7.

Méthode ISO Simplifiée

- K_i facteur de pression superficielle et Z_∞ nombre de dents limite pour la flexion
- Engrenages de mécanique générale: Tableau 2

	I		II		III		IV	
	K_i	z_∞	K_i	z_∞	K_i	z_∞	K_i	z_∞
$v \leq 5$ m/s	$1,60 \cdot 10^4$	21	$2,95 \cdot 10^4$	28	$3,31 \cdot 10^4$	29	$4,05 \cdot 10^4$	30
$5 < v \leq 10$ m/s	$1,76 \cdot 10^4$	21	$3,24 \cdot 10^4$	28	$3,77 \cdot 10^4$	30	$4,63 \cdot 10^4$	29
$10 < v \leq 15$ m/s	$1,88 \cdot 10^4$	21	$3,43 \cdot 10^4$	28	$4,15 \cdot 10^4$	31	$5,16 \cdot 10^4$	32
$15 < v \leq 30$ m/s	$1,98 \cdot 10^4$	21	$3,65 \cdot 10^4$	27	$4,63 \cdot 10^4$	31	$5,79 \cdot 10^4$	32
$30 < v \leq 50$ m/s	$2,16 \cdot 10^4$	22	$3,95 \cdot 10^4$	27	-	-	-	-
Pour les dentures droites, multiplier K_i par 1,4 et Z par 1,2								

Tableau 2: coefficients matériau pour engrenages de mécanique générale

Méthode ISO Simplifiée

- K_f facteur de pression superficielle et Z_∞ nombre de dents limite pour la flexion
- Engrenages de mécanique générale: Tableau 2
- Les **largeurs de dentures** ne dépasseront pas le diamètre du pignon, surtout quand la qualité diminue.
- Les valeurs moyennes de k sont 0,35 avec une variation de 0,2 à 0,5. La valeur de k sera d'autant plus petite que u est grand.
- On prendra aussi une plus faible largeur pour les dentures droites. Pour celles-ci, on doit limiter v à 5 m/s.

Méthode ISO Simplifiée

- K_f facteur de pression superficielle et Z_∞ nombre de dents limite pour la flexion
- Engrenages de grosse mécanique générale: Tableau 3
 - I Pignon en acier allié traité pour 350 HB, roue en acier allié 270 HB.
 - II Pignon en acier 270 HB et roue en acier 225 HB.
- Les qualités d'exécution sont moins fines (ISO 7 à 10), les modules sont grands et les vitesses limitées.
- On prendra les valeurs de k proches de 0,25. On prendra $K_A = 1,75$ et plus.

Méthode ISO Simplifiée

- K_i facteur de pression superficielle et Z_∞ nombre de dents limite pour la flexion
- Engrenages de grosse mécanique générale: Tableau 3

	I		II	
	K_i	z_∞	K_i	z_∞
Denture en chevron $v < 5$	$2,31 \cdot 10^4$	20	-	-
Denture en chevron $v < 10$	$2,64 \cdot 10^4$	23	$3,54 \cdot 10^4$	25
Denture droite $v < 5$	$3,31 \cdot 10^4$	23	$4,51 \cdot 10^4$	27

Tableau 2: coefficients matériaux pour engrenages de grosse mécanique

Méthode ISO Simplifiée

- K_f facteur de pression superficielle et Z_∞ nombre de dents limite pour la flexion
- Engrenages à grande vitesse : Tableau 4
 - Les roues sont hélicoïdales simples avec un angle d'hélice faible ou modéré.
 - La construction est très rigide. Elles sont massives. La qualité est fine (ISO 4 à 6).
 - La préférence est accordée aux solutions permettant un assez grand nombre de dents.
 - Les largeurs de denture sont souvent supérieures au diamètre primitif du pignon (b de 1 à $1,5 d_{01}$).

Méthode ISO Simplifiée

- K_f facteur de pression superficielle et Z_∞ nombre de dents limite pour la flexion
- Engrenages à grande vitesse : Tableau 4
- On prend des valeurs de k de 0,35 (pour un rapport de réduction u grand) à 0,5 (rapport u petit). La forme des dents après rectification tiendra compte des dilatations et déformations en service qui donneront alors la forme théorique.

Méthode ISO Simplifiée

- K_f facteur de pression superficielle et Z_∞ nombre de dents limite pour la flexion
- Engrenages à grande vitesse : Tableau 4
 - I Pignon et roue en acier de cémentation, cimenté et trempé.
 - II Pignon cimenté et trempé, roue en acier allié 350 HB.
 - III Roue en acier 270 HB, pignon en acier allié 350 HB.
 - IV Pignon en acier 210 HB, roue en acier 225 HB. Denture en chevron de haute qualité.

Méthode ISO Simplifiée

- K_i facteur de pression superficielle et Z_∞ nombre de dents limite pour la flexion
- Engrenages à grande vitesse : Tableau 4

	I		II		III		IV	
	K_i	z_∞	K_i	z_∞	K_i	z_∞	K_i	z_∞
Qualité ISO 4	$1,84 \cdot 10^4$	23	$3,37 \cdot 10^4$	36	$3,76 \cdot 10^4$	40	$4,62 \cdot 10^4$	40
Qualité ISO 5,6	$2,84 \cdot 10^4$	25	$5,22 \cdot 10^4$	36	$5,78 \cdot 10^4$	40	$7,04 \cdot 10^4$	40

Tableau 4: coefficient matériau pour engrenages à grande vitesse



Exercice 1 : Engrenage à denture droite

Exercice 1

- Calculez par la méthode ISO simplifiée l'engrenage d'un réducteur entraîné par moteur électrique (sans chocs) à 16 Hz, d'une puissance nominale de $P=300$ kW, avec une réduction de $u=4 \pm 3$ % et destiné à motoriser un treuil de traction utilisé 8 heures par jour. Durée de vie souhaitée 20.000 heures.
- On suppose que l'on prend des engrenages droits de classe IV de mécanique générale avec ou non déport de denture pour une plus grande résistance.
- On impose un module $m=8$. On adoptera un angle de pression standard $\alpha=20^\circ$.
- En outre le rapport k entre l'entraxe et la largeur de dent vaudra 0,35.
- Déterminer les caractéristiques des engrenages Z_1 , Z_2 , a , d_{01} , d_{02} et α_0 .

Exercice 1

- L'équation de pression de contact permet de déterminer l'entraxe.

$$a^3 = \frac{K_A \mathcal{P}}{k n_1 Z_N^2} \frac{(u \pm 1)^3}{u} K_i$$

- P la puissance à transmettre en kW,
- a l'entraxe en mm,
- n_1 la fréquence de rotation en Hz,
- K_A le facteur d'application,
- b la largeur de denture,
- k le rapport b/a entre la largeur de denture et l'entraxe ,
- Z_N le facteur de Wöhler,
- u le rapport d'engrenage $u=Z_2/Z_1$
- K_i un facteur tenant compte du type d'engrenage, des matériaux, de la vitesse au diamètre primitif, de la qualité des dentures.

Exercice 1

- L'évaluation de toutes les données permet de déterminer:
 - $P=300$ kW,
 - $n_1=16$ Hz,
 - $k=b/a = 0,35$,
 - $u =4$,
 - $Z_N = ?$
 - Le treuil travaille 8 heures par jour à une fréquence de 16 Hz.

$$N = 3,6 * 20.000 * 16 * 10^{-4} = 115,2 \geq 1$$

$$Z_N = 1$$

Exercice 1

– $K_A=1$

- Machine électrique → A
- Charge menée sans choc → I
- Pendant 8 heures par jours < 12 heures → a

	I		II		III	
	a	b	a	b	a	b
A	1	1,16	1,25	1,45	1,5	1,75
B	1,25	1,45	1,5	1,75	1,75	2,25
C	1,5	1,75	1,75	2,25	2,25	2,85

Exercice 1

- Facteur K_i
- On fait l'hypothèse que la vitesse périphérique est comprise entre 5 et 10 m/s, quitte à revenir après sur celle-ci.

$$5 \leq v \leq 10 \text{ m/s}$$

- Engrenage à denture de droite de classe IV de mécanique générale → le Tableau 2

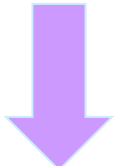
$$K_i = 4,63 \cdot 10^4 * 1,4$$

$$Z_{\infty} = 29 * 1,2 = 34,8$$

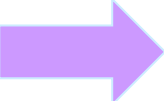
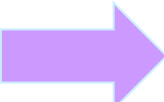
- Le facteur 1,4 et 1,2 proviennent du fait que l'on a une denture droite.

Exercice 1

□ Facteur K_i



	I		II		III		IV	
	K_i	z_∞	K_i	z_∞	K_i	z_∞	K_i	z_∞
$v \leq 5 \text{ m/s}$	$1,60 \cdot 10^4$	21	$2,95 \cdot 10^4$	28	$3,31 \cdot 10^4$	29	$4,05 \cdot 10^4$	30
$5 < v \leq 10 \text{ m/s}$	$1,76 \cdot 10^4$	21	$3,24 \cdot 10^4$	28	$3,77 \cdot 10^4$	30	$4,63 \cdot 10^4$	29
$10 < v \leq 15 \text{ m/s}$	$1,88 \cdot 10^4$	21	$3,43 \cdot 10^4$	28	$4,15 \cdot 10^4$	31	$5,16 \cdot 10^4$	32
$15 < v \leq 30 \text{ m/s}$	$1,98 \cdot 10^4$	21	$3,65 \cdot 10^4$	27	$4,63 \cdot 10^4$	31	$5,79 \cdot 10^4$	32
$30 < v \leq 50 \text{ m/s}$	$2,16 \cdot 10^4$	22	$3,95 \cdot 10^4$	27	-	-	-	-
Pour les dentures droites, multiplier K_i par 1,4 et Z par 1,2								

Exercice 1

- Il vient la valeur de l'entraxe minimale:

$$a^3 \geq \frac{1 \cdot 300}{0,35 \cdot 16 \cdot 1,0^2} \cdot \frac{5^3}{4} \cdot 6,482 \cdot 10^4 = 108.515.625$$

- soit

$$a \geq 476,98 \text{ mm}$$

Exercice 1

- On peut déterminer maintenant le **nombre de dents** en résolvant deux équations

$$a = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} = \frac{m}{2}(Z_1 + Z_2) \geq 477$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = 4$$

- Or on impose $m = 8$, ce qui conduit à

$$(Z_1 + Z_2) \geq 119,25$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = 4$$

- Soit

$$Z_1 \geq 23,85 \quad \longrightarrow \quad Z_1 = 24$$

- Et

$$Z_2 = 24 * 4 = 96 \quad \longrightarrow \quad Z_2 = 97$$

- On doit prendre Z_1 et Z_2 premiers entre eux

Exercice 1

- On calcule maintenant l'entraxe réel résultant du nombre de dents choisis:

$$a_0 = (Z_1 + Z_2) \frac{m}{2} = (24 + 97) \frac{8}{2} = 484 \text{ mm}$$

- Calculons également les diamètres primitifs des deux roues dentées

$$d_{01} = Z_1 m = 24 * 8 = 192 \text{ mm}$$

$$d_{02} = Z_2 m = 97 * 8 = 776 \text{ mm}$$

Exercice 1

- Vérifions maintenant l'hypothèse de départ qui supposait que la vitesse était dans l'intervalle.

$$5 \leq v \leq 10 \text{ m/s}$$

$$v = \pi d_{01} n_1 = \pi \cdot 192 \cdot 10^{-3} \cdot 16 = 9,65 \text{ m/s}$$

- ce qui rentre bien dans le cadre de notre hypothèse. Si ce n'était pas le cas, on effectuerait un cycle supplémentaire en partant de la vitesse trouvée maintenant.

Exercice 1

- Vérifions à présent si le **critère de flexion** de la dent est également vérifié.

$$Z_1 \leq Z_\infty \frac{u + 1}{u}$$

- On injecte les valeurs courantes

$$Z_\infty = 29 \cdot 1,2 = 34,8 \quad Z_1 = 24 \quad u = 4$$

- et on trouve,

$$Z_1 \leq 34,8 \frac{4 + 1}{4} = 43,5$$

- Ce qui valide la démarche.

Exercice 2 : Engrenage à denture droite et entraxe imposé

Exercice 2

- Calculez par la méthode ISO simplifiée l'engrenage d'un réducteur entraîné par moteur électrique (sans chocs) à 16 Hz, d'une puissance nominale de $P=300$ kW, avec une réduction de $u=4 \pm 3$ % et destiné à un motoriser un treuil de traction utilisé 8 heures par jour. Durée de vie souhaitée 20.000 heures.
- On prend des engrenages à denture droite. **L'entraxe doit être aussi proche que possible de 400 mm.**
- On adoptera un angle de pression standard $\alpha=20^\circ$.
- En outre le rapport k entre l'entraxe et la largeur de dent vaudra 0,35.
- Déterminer les caractéristiques des engrenages $Z_1, Z_2, a, d_{01}, d_{02}, X_1, X_2$ et α' . Fixer la classe de matériau à utiliser.

Exercice 2

- L'entraxe étant fixé

$$a = 400 \text{ mm}$$

- nous allons déterminer la classe du matériau à utiliser.

- L'équation de la pression de contact donne:

$$a^3 \geq \frac{K_A \mathcal{P}}{k n_1 Z_N^2} \frac{(u \pm 1)^3}{u} K_i$$

- Si on utilise les coefficients déterminés de manière identique à l'exercices 1, on trouve

$$400^3 \geq \frac{1,0 \cdot 300,0}{0,35 \cdot 16 \cdot 1^2} \frac{(4 + 1)^3}{4} K_i$$

- soit

$$K_i \leq 27306$$

Exercice 2

□ Tableau 2

	I		II		III		IV	
	K_i	z_∞	K_i	z_∞	K_i	z_∞	K_i	z_∞
$v \leq 5$ m/s	$1,60 \cdot 10^4$	21	$2,95 \cdot 10^4$	28	$3,31 \cdot 10^4$	29	$4,05 \cdot 10^4$	30
$5 < v \leq 10$ m/s	$1,76 \cdot 10^4$	21	$3,24 \cdot 10^4$	28	$3,77 \cdot 10^4$	30	$4,63 \cdot 10^4$	29
$10 < v \leq 15$ m/s	$1,88 \cdot 10^4$	21	$3,43 \cdot 10^4$	28	$4,15 \cdot 10^4$	31	$5,16 \cdot 10^4$	32
$15 < v \leq 30$ m/s	$1,98 \cdot 10^4$	21	$3,65 \cdot 10^4$	27	$4,63 \cdot 10^4$	31	$5,79 \cdot 10^4$	32
$30 < v \leq 50$ m/s	$2,16 \cdot 10^4$	22	$3,95 \cdot 10^4$	27	-	-	-	-
Pour les dentures droites, multiplier K_i par 1,4 et z_∞ par 1,2								

- Pour des engrenages à denture droite de mécanique générale, cela correspond à **des engrenages de classe I** pour lesquels on a

$$K_i = 1,76 \cdot 10^4 * 1,4 = 24.640$$

- On choisit donc **un pignon et une roue en acier cémenté trempé, avec rectification pour atteindre une qualité 5 ou 6 ISO.**

Exercice 2

- Vérifions maintenant la tenue à la flexion.

- Pour des engrenages à denture droite de classe I, on a

$$Z_{\infty} = 21 * 1,2 = 25,2$$

- On insert cette valeur dans l'équation de la résistance à la flexion

$$Z_1 \leq Z_{\infty} \frac{u + 1}{u}$$

- et on trouve,

$$Z_1 \leq 25,2 \frac{4 + 1}{4} = 31,5$$

Exercice 2

- On calcule maintenant les caractéristiques de la denture comme dans l'exercice 1.

$$a = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} = \frac{m}{2}(Z_1 + Z_2) = 400$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = 4$$

- On se donne cette fois un nombre de dents sur le pignon

$$Z_1 = 25$$

- ce qui conduit à

$$\frac{m}{2}(25 + 4 * 25) = 400$$

- soit

$$m = 6,4 \text{ mm}$$

Exercice 2

- On doit prendre m dans la série normalisé de Renard qui comprend soit les valeurs 6 et 8. On choisit de prendre la plus proche soit

$$m = 6$$

Tableau LII
Module métrique m , pas primitif p et pas de base p_b

Modules 0,5 à 1,5			Modules 2 à 6			Modules 8 à 25		
m	p	p_b	m	p	p_b	m	p	p_b
0,5	1,570 796	1,476 066	2	6,283 185	5,904 263	8	25,132 74	23,617 05
0,6	1,884 956	1,771 279	2,5	7,853 982	7,380 329	10	31,415 93	29,521 31
0,8	2,513 274	2,361 705	3	9,424 778	8,856 394	12	37,699 11	35,425 58
		2,952 131						
1	3,141 593		4	12,566 371	11,808 526	16	50,265 48	47,234 10
1,25	3,926 991	3,690 164	5	15,707 963	14,760 657	20	62,831 85	59,042 63
1,5	4,712 389	4,428 197	6	18,849 556	17,712 789	25	78,539 82	73,803 29

Exercice 2

- Comme on a diminué le module, on doit recalculer le nombre de dents qui correspond à cette nouvelle valeur du module.

- On détermine alors les nombres de dents Z_1 et Z_2 de manière définitive:

$$(Z_1 + Z_2) \frac{6}{2} \leq 400$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = 4$$

- On trouve

$$Z_1 = 26$$

- et on prend Z_2 premier vis-à-vis de Z_1 :

$$Z_2 = 26 \cdot 4 + 3 = 107$$

Exercice 2

- Calculons les **diamètres primitifs** des deux roues dentées

$$d_{01} = Z_1 m = 26 \cdot 6 = 156 \text{ mm}$$

$$d_{02} = Z_2 m = 107 \cdot 6 = 642 \text{ mm}$$

- Vérifions maintenant l'hypothèse de départ qui supposait que la vitesse était dans l'intervalle

$$5 \leq v \leq 10 \text{ m/s.}$$

$$v = \pi d_{01} n_1 = \pi 156 \cdot 10^{-3} \cdot 16 = 7,84 \text{ m/s}$$

- ce qui confirme notre hypothèse.

Exercice 2

- Calculons les déports $x_1 + x_2$ qui réaliseront exactement notre entraxe de $a = 400$ mm.
- On calcule d'abord l'entraxe réel résultant du nombre de dents choisis:

$$a_0 = (Z_1 + Z_2) \frac{m}{2} = (26 + 107) \frac{6}{2} = 399 \text{ mm}$$

- On réalise un déport pour atteindre la valeur de 400 mm.
L'équation de l'entraxe après déport nous donne:

$$\begin{aligned} a &= a_0 + \frac{(x_1 + x_2) m}{\sqrt[4]{1 + 26 \left(\frac{x_1 + x_2}{Z_1 + Z_2} \right)}} \\ &= 399 + \frac{(x_1 + x_2) * 6}{\sqrt[4]{1 + 26 \left(\frac{x_1 + x_2}{26 + 107} \right)}} = 400 \text{ mm} \end{aligned}$$

Exercice 2

- La solution de l'équation donne

$$x_1 + x_2 = 0,175$$

- A partir de ce résultat, on fixe x_1 au moyen de la relation:

$$x_1 = \lambda \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} + (x_1 + x_2) \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

- Avec $\lambda = 0,6$ on trouve

$$x_1 = 0,6 \frac{107 - 26}{26 + 107} + 0,175 \frac{26}{26 + 107} = 0,3996$$

- On en déduit

$$x_2 = (x_1 + x_2) - x_1 = 0,175 - 0,3996 = -0,2246$$

Exercice 2

- Calculons maintenant l'angle de pression après déport

$$\begin{aligned}\text{inv}(\alpha') &= \text{inv}(\alpha_0) + 2 \frac{x_1 + x_2}{Z_1 + Z_2} \tan \alpha_0 \\ &= 0,0149 + \frac{2 * 0,175}{26 + 107} \tan 20^\circ = 0,0159\end{aligned}$$

- En inversant la fonction involute, on obtient

$$\alpha' = 20,5^\circ$$



Exercice 3 : Engrenage à denture hélicoïdale et entraxe imposé

Exercice 3

- Calculez par la méthode ISO simplifiée l'engrenage d'un réducteur entraîné par moteur électrique (sans chocs) à 16 Hz, d'une puissance nominale de $P=300$ kW, avec une réduction de $u=4 \pm 3$ % et destiné à un motoriser un treuil de traction utilisé 8 heures par jour. Durée de vie souhaitée 20.000 heures.
- On considère des engrenages **hélicoïdaux** de mécanique générale. On choisit un angle d'hélice $\beta_0=20^\circ$. **L'entraxe est fixé à 450 mm.**
- On adoptera un angle de pression normal $\alpha=20^\circ$. En outre le rapport k entre l'entraxe et la largeur de dent vaudra 0,35.
- Déterminer les caractéristiques des engrenages Z_1, Z_2, a, X_1, X_2 et α' . Fixer la classe de matériau à utiliser.

Exercice 3

- On utilise les tableaux pour extraire les valeurs de coefficients de l'équation de la pression de contact:

$$a^3 \geq \frac{K_A \mathcal{P}}{k n_1 Z_N^2} \frac{(u \pm 1)^3}{u} K_i$$

- On trouve

- $P = 300 \text{ kW}$
- $u = 4$
- $n_1 = 16 \text{ Hz}$
- $k=0,35$
- $K_A = 1,0$ à partir du Tableau 1
- $Z_N = 1,0$ car

- $$N = 3,6 \cdot 20.000 \cdot 16 \cdot 10^{-4} = 115,2 > 1$$

Exercice 3

- Si on utilise les coefficients ainsi déterminés, on trouve

$$450^3 \geq \frac{1,0 \cdot 300,0}{0,35 \cdot 16 \cdot 1,0^2} \frac{(4 + 1)^3}{4} K_i$$

- On déduit:

$$K_i \leq 54.432$$

- On a fait l'hypothèse d'une vitesse primitive comprise entre 5 et 10 m/s. Dans ce cas, l'engrenage restera un engrenage de mécanique générale.
- La valeur trouvée correspond à un engrenage hélicoïdal de classe IV de mécanique générale (Tableau 2).

$$K_i = 4,63 \cdot 10^4 \qquad Z_\infty = 29$$

- Contrairement aux exercices 1 et 2, il n'y pas de coefficients multiplicateur, car l'engrenage est à denture hélicoïdale.

Exercice 2

□ Tableau 2

	I		II		III		IV	
	K_i	z_∞	K_i	z_∞	K_i	z_∞	K_i	z_∞
$v \leq 5 \text{ m/s}$	$1,60 \cdot 10^4$	21	$2,95 \cdot 10^4$	28	$3,31 \cdot 10^4$	29	$4,05 \cdot 10^4$	30
$5 < v \leq 10 \text{ m/s}$	$1,76 \cdot 10^4$	21	$3,24 \cdot 10^4$	28	$3,77 \cdot 10^4$	30	$4,63 \cdot 10^4$	29
$10 < v \leq 15 \text{ m/s}$	$1,88 \cdot 10^4$	21	$3,43 \cdot 10^4$	28	$4,15 \cdot 10^4$	31	$5,16 \cdot 10^4$	32
$15 < v \leq 30 \text{ m/s}$	$1,98 \cdot 10^4$	21	$3,65 \cdot 10^4$	27	$4,63 \cdot 10^4$	31	$5,79 \cdot 10^4$	32
$30 < v \leq 50 \text{ m/s}$	$2,16 \cdot 10^4$	22	$3,95 \cdot 10^4$	27	-	-	-	-
Pour les dentures droites, multiplier K_i par 1,4 et Z par 1,2								

Exercice 3

- L'équation de **résistance à la flexion** nous donne

$$Z_1 \leq 29 \frac{4 + 1}{4} = 33,74$$

- Pour la **largeur de l'engrenage**, on prend d'abord la valeur moyenne $k=0,35$

$$b = 450 \cdot 0,35 = 157,5 \text{ mm}$$

- que l'on arrondi à

$$b = 158 \text{ mm}$$

Exercice 3

- Le calcul des **caractéristiques de la denture** peut maintenant être réalisé. Nous avons un système de deux équations

$$a = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} = \frac{m_n}{2} \frac{Z_1 + Z_2}{\cos \beta_0} = 450$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = 4$$

- En se donnant $Z_1 = 25$ dents,

$$\frac{m_n (25 + 4 * 25)}{2 \cos 20^\circ} = 450$$

- nous en déduisons un **module normal** de

$$m_n = 6,77 \text{ mm}$$

- On choisit de prendre la valeur normale la plus proche soit

$$m_n = 6$$

Exercice 3

- On choisit de prendre la valeur normale la plus proche soit

$$m_n = 6$$

- On doit recalculer le nombre de dents qui correspond à cette nouvelle valeur du module.
- On détermine alors les nombres de dents Z_1 et Z_2 de manière définitive:

$$\frac{(Z_1 + Z_2)}{\cos 20^\circ} \frac{6}{2} \leq 450$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = 4$$

- On trouve

$$Z_1 = 28$$

- et on prend Z_2 premier vis-à-vis de Z_1 :

$$Z_2 = 28 \cdot 4 - 1 = 111$$

Exercice 3

- On vérifie maintenant la validité de notre hypothèse de vitesse tangentielle. On calcule d'abord le diamètre primitif

$$d_{01} = \frac{m_n}{\cos \beta_0} Z_1 = 178,78 \text{ mm}$$

- La vitesse tangentielle est donnée par

$$v = \pi d_{01} n_1 = \pi \cdot 178,78 \cdot 10^{-3} \cdot 16 = 8,9866 \text{ m/s}$$

Exercice 3

- Calculons les **dépôts** $x_1 + x_2$ qui réaliseront exactement notre entraxe de $a = 450$ mm.
- On calcule d'abord l'entraxe réel résultant du nombre de dents choisis:

$$a_0 = \left(\frac{Z_1 + Z_2}{\cos \beta_0} \right) \frac{m_n}{2} = (28 + 111) \frac{6}{2} = 443,7 \text{ mm}$$

- On calcule d'abord les valeurs

$$Z_{v1} = \frac{Z_1}{\cos \beta_0} = 33,74$$

$$Z_{v2} = \frac{Z_2}{\cos \beta_0} = 133,77$$

Exercice 3

- On réalise un déport pour atteindre la valeur de 450 mm.
L'équation de l'entraxe après déport nous donne:

$$\begin{aligned} a &= a_0 + \frac{(x_1 + x_2) m_n}{\sqrt[4]{1 + 26 \left(\frac{x_1 + x_2}{Z_{v1} + Z_{v2}} \right)}} \\ &= 443,7 + \frac{(x_1 + x_2) * 6}{\sqrt[4]{1 + 26 \left(\frac{x_1 + x_2}{Z_{v1} + Z_{v2}} \right)}} = 450 \text{ mm} \end{aligned}$$

- On en déduit la somme des déports:

$$x_1 + x_2 = 1,1$$

Exercice 3

- A partir de ce résultat, on fixe x_1 au moyen de la relation:

$$x_1 = \lambda \frac{Z_{v2} - Z_{v1}}{Z_{v2} + Z_{v1}} + (x_1 + x_2) \frac{Z_{v1}}{Z_{v1} + Z_{v2}}$$

- Si on prend $\lambda = 0,6$ on trouve

$$x_1 = 0,6 \frac{133,77 - 33,74}{133,77 + 33,74} + 0,175 \frac{33,74}{33,74 + 133,77} = 0,58$$

- On en déduit

$$x_2 = (x_1 + x_2) - x_1 = 1,10 - 0,58 = 0,52$$

Exercice 3

- Calculons maintenant l'angle de pression après déport

$$\begin{aligned}\text{inv}(\alpha') &= \text{inv}(\alpha_0) + 2 \frac{x_1 + x_2}{Z_{v1} + Z_{v2}} \tan \alpha_0 \\ &= 0,0149 + \frac{2 * 1,10}{33,74 + 133,77} \tan 20^\circ = 0,01968\end{aligned}$$

- En inversant la fonction involute, on obtient

$$\alpha' = 21,5^\circ$$