Exercice 1

Soit à transmettre 110 kW via un réducteur (i = 4) à engrenages à denture droite. L'arbre d'entrée tourne à 500 tr/min. Le pignon est calé sur l'arbre.

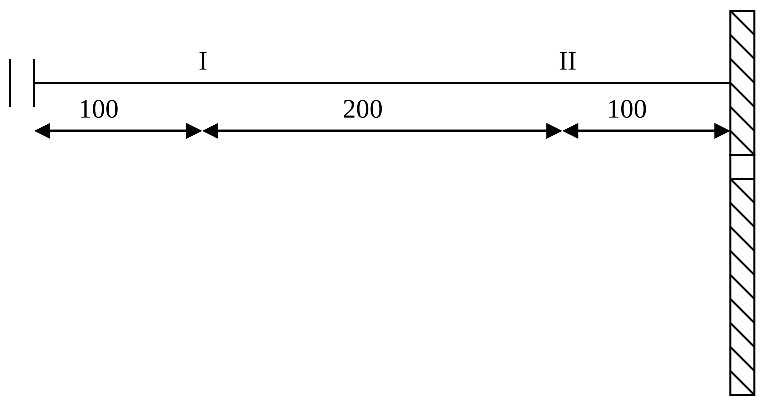
Recherchez les caractéristiques de l'engrènement (Z_1, Z_2, d_{01}, d_{02}, m, b_1, b_2,) et faites un choix de matériau pour le pignon.
Entraînement par moteur électrique, démarrage moyen. Chocs raisonnables, 16 h/jour, durée de vie 50 000 heures.

Exercice 2

idem sauf puissance transmise 55 kW et pignon arbré.

Exercice 3

Un pignon à denture hélicoïdale calé en bout d'arbre, entraîne une roue dont les caractéristiques sont : m=4, Z_2=91, b_2=45 mm, α_0=20°, β_0=20°, N_2=750tr/min. La puissance reçue par la roue vaut 100 kW.
Un moteur électrique entraîne le pignon (3000 tr/min) par l'intermédiaire d'un accouplement qui ne transmet que de la torsion.
On demande de choisir les caractéristiques du pignon (Z_1, b_1, d_{01}) et de vérifier la fixation du pignon sur l'arbre.



L'entraînement par le moteur électrique se fait selon un démarrage moyen, chocs raisonnables, 16h/jour, durée de vie 50 000h.

SOLUTIONS

Exercice 1

Soit à transmettre 110 kW via un réducteur (i = 4) à engrenages à denture droite. L'arbre d'entrée tourne à 500 tr/min. Le pignon est calé sur l'arbre.

Recherchez les caractéristiques de l'engrènement (Z_1, Z_2, d_{01}, d_{02}, m, b_1, b_2) et faites un choix de matériau pour le pignon.

Entraînement par moteur électrique, démarrage moyen. Chocs raisonnables, 16 h/jour, durée de vie 50 000 heures.

Solution

- **Calcul des caractéristiques des engrenages.**

Calculons d'abord les caractéristiques du pignon.
On peut démarrer avec le diamètre primitif du pignon.

$$d_{01} - 2.5 * m = d_{01} * \left(1 - \frac{2.5}{Z_1}\right) \geq C * d$$

avec C = 1.8 (pignon rapporté)

En prenant un nombre de dents au pignon valant $Z_1 = 20$, nous pouvons déduire la valeur minimale que doit avoir le diamètre primitif en fonction du diamètre de l'arbre :

$$d_{01} = 2.05 * d$$

Connaissant la puissance et la vitesse de rotation, on calcule d par la formule des arbres de manège. Le rapport P/N étant inférieur à l'unité, nous avons :

$$d_n(mm) = \sqrt[p]{\frac{P(kW)}{N(tr/\min)}} * 130 = \sqrt[4]{\frac{110}{500}} * 130 = 89.03 \text{ mm.}$$

Diamètre extérieur de l'arbre (habillage) : $d = 89 + 2 * t_1 = 89 + 2 * 10 = 109$ mm

Dès lors :

$$d_{01} = 2.05 * 109 = 223.45 \text{ mm}$$

$$m_{th} = \frac{d_{01}}{Z_1} = \frac{223.45}{20} = 11.1725 \text{ mm.}$$

Il est normalisé à m = 12 mm.

Nous recalculons la valeur du diamètre primitif correspondant au module normalisé :

$$d_{01} = 20 * 12 = 240 \text{ mm.}$$

On peut également calculer les caractéristiques de la roue (indice 2)

$$Z_2 = i * Z_1 = 4*20 - 1 = 79 \text{ dents.}$$

L'entraxe a_0 est de :

$$a_0 = (Z_1 + Z_2) * \frac{m}{2} = 594 \text{mm}$$

Calculons maintenant les largeurs des roues dentées.

Largeur des dents : $\Psi_d = \dfrac{b_1}{d_{01}}$

Calculons la vitesse tangentielle au diamètre primitif :

$$v = \frac{\pi d_{01} n}{60} = 6.28 \text{ m/s}$$

On prend

$$\Psi_d = 0.8 + 0.0857 * i = 0.8 + 0.0857 * \frac{79}{20} = 1.1385$$

$$\Rightarrow b_1 = \Psi_d * d_{01} = 1.1385 * 12 * 20 = 273.24 \text{ mm}$$

$$b_2 = 0.9 * b_1 = 246 \text{ mm}$$

Si $b_1 - b_2 < 5$ mm alors garder la valeur de b_2.
Sinon, c'est notre cas, prendre

$$b_2 = b_1 - 5 = 268 \text{ mm}$$

♦ **Vérification et choix du matériau :**

La denture sera vérifiée en écrivant l'équation de la puissance maximale transmissible respectivement à la pression superficielle (pitting) et à la flexion.
Puissance max transmise à la pression (pitting)

$$P_{ac} = \frac{n_p * F}{1.91 * 10^7} * \frac{I * C_v}{C_{SF}} * \left[\frac{d * S_{ac}}{Cp}\right]^2$$

Puissance max transmise à la flexion (rupture)

$$P_{at} = \frac{n_p * F}{1.91 * 10^7} * \frac{J * K_v}{K_{SF}} * d * S_{at} * m$$

où :

- $n_p = 500$ tr/min. Vitesse de rotation au pignon ;
- $F = 268$ mm. Largeur de la roue (élément le plus étroit) ;

- i = 3.95. Rapport de réduction ;
- C_{sf} = 2. Facteur service suivant Richter Ohlendorf
- I = 0.108. Facteur géométrique. Voir fig A2 B (α=20°, i=3.95 et Z_1=20) ;

  $d = \dfrac{2.a}{1+i} = \dfrac{2*594}{1+3.95} = 240$ mm ;
- C_v : Facteur dynamique.

Il dépend des coefficients A et B par la relation :

$C_v = K_v = \left[\dfrac{A}{A+\sqrt{200*V_t}}\right]^B$ où $B = \dfrac{(12-Q_v)^{0.667}}{4}$; Q_v = qualité de la denture comprise entre 6 et 11, V_t = 6.28 m/s (<$V_{t\max} = \dfrac{[A+(Q_v-3)]^2}{200}$ = 23.83 m/s)

et A = 50+56*(1-B).

Lorsque nous prenons une denture de qualité 7, on trouve B = 0.7314, A = 65.04 et donc $C_v = K_v = 0.7275$;

- C_p. Coefficient élastique.

$$C_p = \left[\pi*\left(\frac{1-\mu_p^2}{E_P}+\frac{1-\mu_R^2}{E_R}\right)\right]^{-1/2}$$

Avec, pour l'acier : $\mu_p = \mu_R = 0.3$ et $E_p = E_R = 217500$ N/mm².

C_p = 195.

- $K_v = C_v = 0.7275$. Facteur dynamique.
- J = 0.34. Facteur géométrique. Voir fig B_1. Avec Z_1 = 20 ; Z_2 = 79.
- K_{sf} = 2.2. Facteur de service d'après Richter Ohlendorf.

En considérant les valeurs de toutes les grandeurs, nous pouvons écrire pour la pression superficielle :

$$110 \le \frac{500*268*0.108*0.7275}{1.91*10^7*2}*\left(\frac{240*S_{ac}}{195}\right)^2$$
$$\Rightarrow S_{ac} \ge 513.3\,\text{MPa}$$

et pour la flexion :

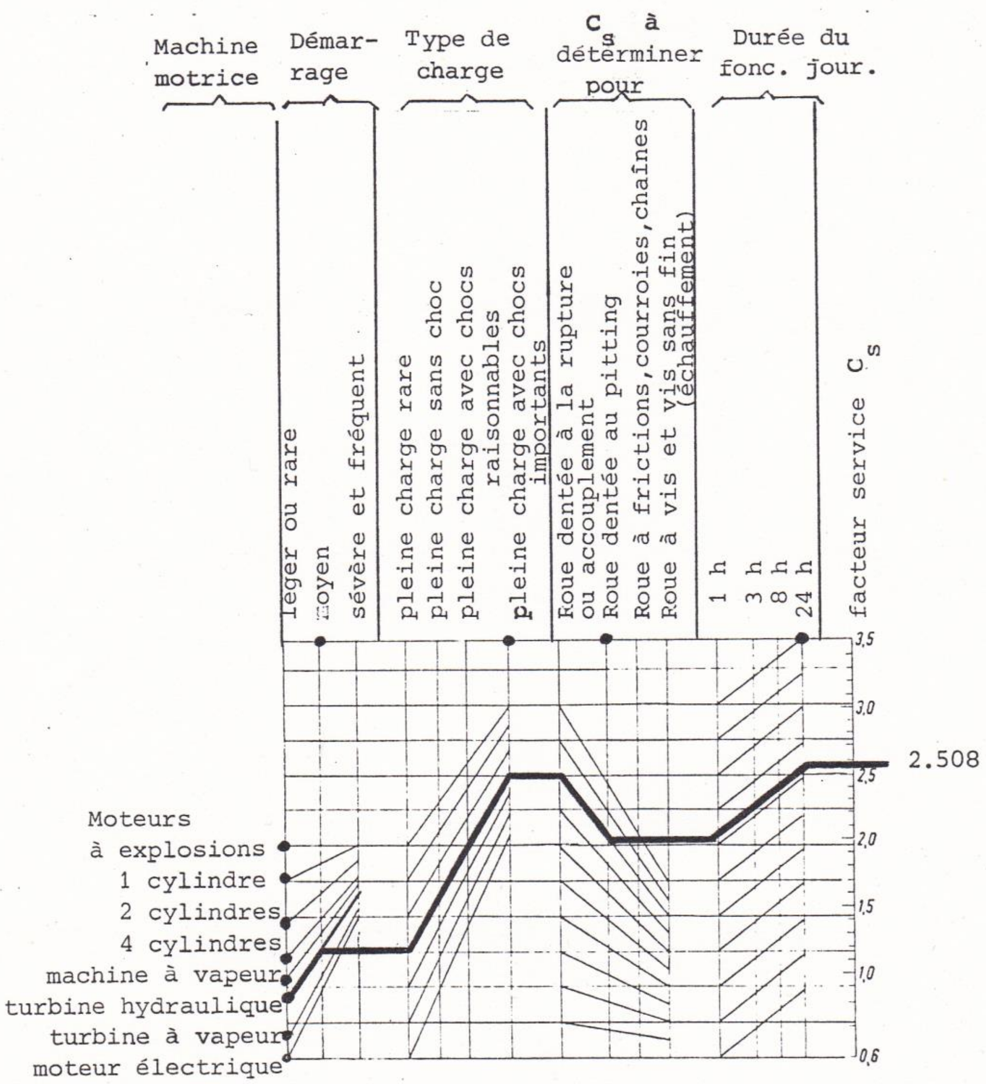
$$110 \le \frac{500*268*0.34*0.7275.240}{1.91*10^7*2.2}*S_{at}*12$$
$$\Leftrightarrow S_{at} \ge 48.42\,\text{MPa}$$

⇒ Avec les valeurs des contraintes S_{ac} et S_{at} et à l'aide des tables 5 et 6, nous pouvons choisir l'acier A_1.

Tableau LII

Module métrique m, pas primitif p et pas de base p_b

Modules 0,5 à 1,5			Modules 2 à 6			Modules 8 à 25		
m	*p*	p_b	*m*	*p*	p_b	*m*	*p*	p_b
0,5	1,570 796	1,476 066	2	6,283 185	5,904 263	8	25,132 74	23,617 05
0,6	1,884 956	1,771 279	2,5	7,853 982	7,380 329	10	31,415 93	29,521 31
0,8	2,513 274	2,361 705	3	9,424 778	8,856 394	12	37,699 11	35,425 58
		2,952 131						
1	3,141 593		4	12,566 371	11,808 526	16	50,265 48	47,234 10
1,25	3,926 991	3,690 164	5	15,707 963	14,760 657	20	62,831 85	59,042 63
1,5	4,712 389	4,428 197	6	18,849 556	17,712 789	25	78,539 82	73,803 29



Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur and Helical Involute Gear Teeth

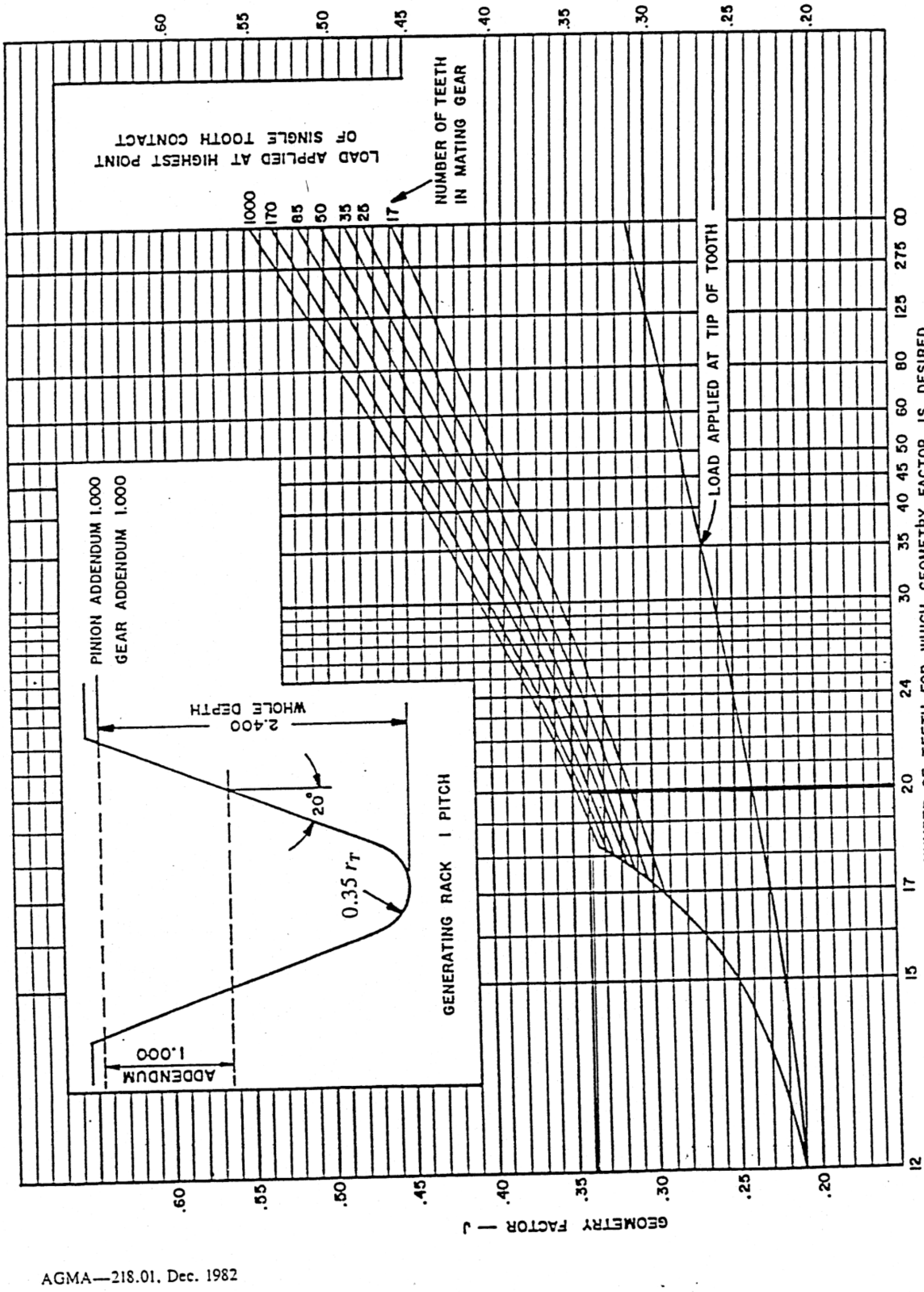
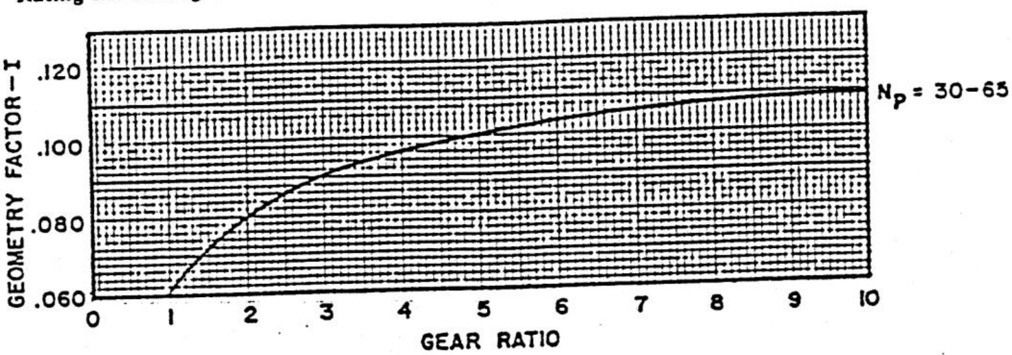


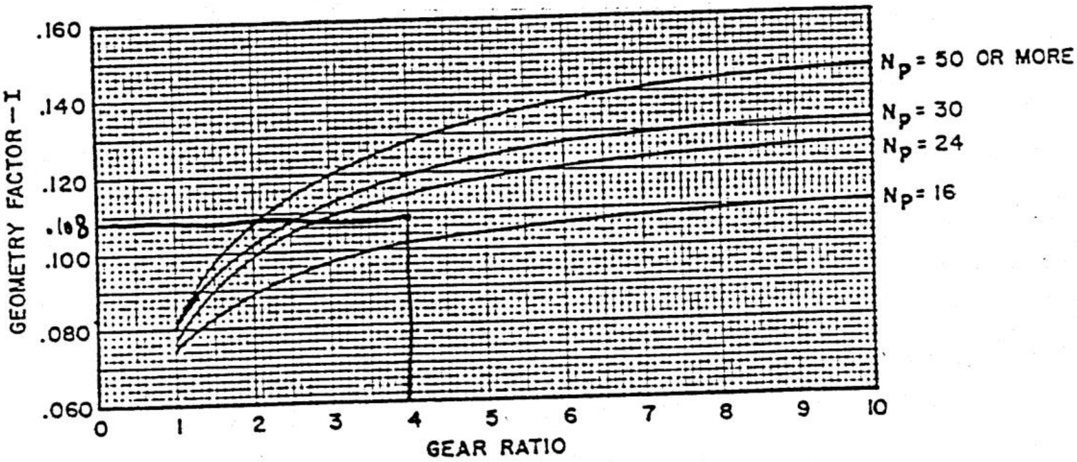
Fig. B1 Geometry Factor, *J*, 20 Degree Spur
(Standard Addendum)

Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur and Helical Involute Gear Teeth



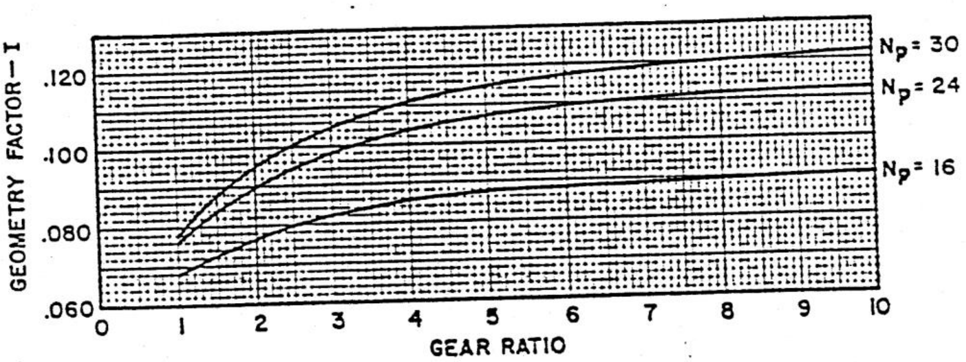
(A) 14½ Degree Pressure Angle Full Depth Teeth —

(Standard Addendum = $1/P_d$)



(B) 20 Degree Pressure Angle Full Depth Teeth —

(Standard Addendum = $1/P_d$)



(C) 20 Degree Pressure Angle Stub Teeth—

(Standard Addendum = $0.8/P_d$)

NOTE: All curves are for the lowest point of single tooth contact on the pinion.

Fig. A2 External Spur Pinion Geometry Factor, *I*

(for Standard Center Distances)

AGMA—218.01. Dec. 1982

Table 5
Allowable Contact Stress Number, s_{ac}

Material	AGMA Class	Commercial Designation	Heat Treatment	Minimum Hardness at Surface	s_{ac}, lb/in²	(MPa)
Steel	A-1 thru A-5	—	Through Hardened and Tempered (Fig. 14)	180 BHN & less	85-95 000	(590- 660)
				240 BHN	105-115 000	(720- 790)
				300 BHN	120-135 000	(830- 930)
				360 BHN	145-160 000	(1 000-1 100)
				400 BHN	155-170 000	(1 100-1 200)
			Flame* or Induction Hardened*	50 HRC	170-190 000	(1 200-1 300)
				54 HRC	175-195 000	(1 200-1 300)
			Carburized* & Case Hardened*	55 HRC	180-200 000	(1 250-1 400)
				60 HRC	200-225 000	(1 400-1 550)
		AISI 4140	Nitrided*	48 HRC	155-180 000	(1 100-1 250)
		AISI 4340	Nitrided*	46 HRC	150-175 000	(1 050-1 200)
		Nitralloy 135M	Nitrided*	60 HRC	170-195 000	(1 170-1 350)
		2½% Chrome	Nitrided*	54 HRC	155-172 000	(1 100-1 200)
		2½% Chrome	Nitrided*	60 HRC	192-216 000	(1 300-1 500)
Cast Iron	20		As Cast	—	50- 60 000	(340-410)
	30		As Cast	175 BHN	65- 75 000	(450-520)
	40		As Cast	200 BHN	75- 85 000	(520-590)
Nodular (Ductile) Iron	A-7-a	60-14-18	Annealed	140 BHN	90-100% of s_{ac} value of steel with same hardness	
	A-7-c	80-55-06	Quenched & Tempered	180 BHN		
	A-7-d	100-70-03	" "	230 BHN		
	A-7-e	120-90-02	" "	270 BHN		
Malleable Iron (Pearlitic)	A-8-c	45007	—	165 BHN	72 000	(500)
	A-8-e	50005	—	180 BHN	78 000	(540)
	A-8-f	53007	—	195 BHN	83 000	(570)
	A-8-i	80002	—	240 BHN	94 000	(650)
Bronze	Bronze 2	AGMA 2C	Sand Cast	Tensile Strength Minimum 40 000 lb/in² (275 MPa)	30 000	(205)
	Al/Br 3	ASTM B-148-52 Alloy 9C	Heat Treated	Tensile Strength Minimum 90 000 lb/in² (620 MPa)	65 000	(450)

*The range of allowable stress numbers indicated, may be used with the case depths prescribed in paragraph 14.2

Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur and Helical Involute Gear Teeth

Table 6
Allowable Bending Stress Number, s_{at}

Material	AGMA Class	Commercial Designation	Heat Treatment	Minimum Hardness Surface	Core	s_{at}, lb/in²	(MPa)
Steel	A-1 thru A-5	—	Through Hardened and Tempered (Fig. 15)	180 BHN	—	25-33 000	(170-230)
				240 BHN	—	31-41 000	(210-280)
				300 BHN	—	36-47 000	(250-320)
				360 BHN	—	40-52 000	(280-360)
				400 BHN	—	42-56 000	(290-390)
			Flame or Induction Hardened* With Type A Pattern (Fig. 16)	50-54 HRC	—	45-55 000	(310-380)
			Flame or Induction Hardened With Type B Pattern (Fig. 16)		—	22 000	(150)
			Carburized* & Case Hardened*	55 HRC	—	55-65 000	(380-450)
				60 HRC	—	55-70 000	(380-480)
		AISI 4140	Nitrided*†	48 HRC	300 BHN	34-45 000	(230-310)
		AISI 4340	Nitrided*†	46 HRC	300 BHN	36-47 000	(250-325)
		Nitralloy 135M	Nitrided*†	60 HRC	300 BHN	38-48 000	(260-330)
		2½% Chrome	Nitrided*†	54-60 HRC	350 BHN	55-65 000	(380-450)
Cast Iron	20		As Cast	—	—	5 000	(35)
	30		As Cast	175 BHN	—	8 500	(69)
	40		As Cast	200 BHN	—	13 000	(90)
Nodular (Ductile) Iron	A-7-a	60-40-18	Annealed	140 BHN	—	90-100% of s_{at} for steel of same hardness	
	A-7-c	80-55-06	Quenched & Tempered	180 BHN	—		
	A-7-d	100-70-03	" "	230 BHN	—		
	A-7-e	120-90-02	" "	270 BHN	—		
Malleable Iron (Pearlitic)	A-8-c	45007	—	165 BHN	—	10 000	(70)
	A-8-e	50005	—	180 BHN	—	13 000	(90)
	A-8-f	53007	—	195 BHN	—	16 000	(110)
	A-8-i	80002	—	240 BHN	—	21 000	(145)
Bronze	Bronze 2	AGMA 2C	Sand Cast	Tensile Strength Minimum 40 000 lb/in² (275 MPa)		5 700	(40)
	Al/Br 3	ASTM B-148-52 Alloy 9C	Heat Treated	Tensile Strength Minimum 90 000 lb/in² (620 MPa)		23 600	(160)

*The range of allowable stress numbers indicated, may be used with the case depths prescribed in paragraph 14.2

† The overload capacity of nitrided gears is low, since the shape of the effective S-N curve is flat. The sensitivity to shock should be investigated before proceeding with the design.

AGMA—218.01, Dec. 19

34

Exercice 2

idem sauf puissance transmise 55 kW et pignon arbré.

- Calcul des caractéristiques de l'engrenage.

$$d_{01} - 2.5 * m = d_{01} * \left(1 - \frac{2.5}{Z_1}\right) \geq C * d \text{ avec C = 1.2 (pignon arbré)}$$

Pour Z_1 = 20, le diamètre primitif vaut :

$$d_{01} = 2.05 * d$$

où d est déterminé par la formule des arbres de manège :

$$d(mm) = \sqrt[p]{\frac{P(kW)}{N(tr/\min)}} * 130 = \sqrt[4]{\frac{55}{500}} * 130 = 75 \text{ mm.}$$

$d_{01} \geq 102.75$ mm ;

$$m_{th} = \frac{d_{01}}{Z_1} = \frac{102.75}{20} = 5.14 \text{ mm.}$$

Il est normalisé à m = 6 mm.

Nous recalculons la valeur du diamètre primitif correspondant au module normalisé :

$$d_{01} = 20 * 6 = 120 \text{ mm.}$$

$Z_2 = i*Z_1 = 4*20 - 1 = 79$ dents.

L'entraxe a_0 est de :

$$a_0 = (Z_1 + Z_2) * \frac{m}{2} = 297 \text{ mm}$$

Largeur des dents : $\Psi_d = \frac{b_1}{d_{01}}$

$$V = \frac{\pi d_{01} n}{60} = 3.14 \text{ m/s}$$

De sorte que

$$\Psi_d = 0.5 + 0.0857 * i = 0.5 + 0.0857 * \frac{79}{20} = 0.8385$$

$$\Rightarrow b_1 = \Psi_d * d_{01} = 0.8385 * 12 * 20 = 101 \text{ mm}$$

$$b_2 = 0.9*b_1 = 90.9 \text{ mm}$$

Si $b_1 - b_2 < 5$ mm alors garder la valeur de b_2.
Sinon, c'est notre cas, prendre $b_2 = b_1 - 5 = 96$ mm

♦ Vérification et choix du matériau :

La denture sera vérifiée en écrivant l'équation de la puissance maximale transmissible respectivement à la pression superficielle (pitting) et à la flexion.

$P_{ac} = \frac{n_p * F}{1.91*10^7} * \frac{I * C_v}{C_{SF}} * \left[\frac{d * S_{ac}}{Cp}\right]^2$ Puissance max transmise à la pression (pitting)

$P_{at} = \frac{n_p * F}{1.91*10^7} * \frac{J * K_v}{K_{SF}} * d * S_{at} * m$ Puissance max transmise à la flexion (rupture)

où :

- n_p = 500 tr/min. Vitesse de rotation au pignon ;
- F = 96 mm. Largeur de la roue (élément le plus étroit) ;
- i = 3.95. Rapport de réduction ;
- C_{sf} = 2. Facteur service suivant Richter Ohlendorf
- I = 0.108. Facteur géométrique. Voir fig A2 B (α=20°, i=3.95 et Z_1=20) ;

$$d = \frac{2.a}{1+i} = \frac{2*297}{1+3.95} = 120 \text{ mm ;}$$

- C_v : Facteur dynamique. Il dépend des coefficients A et B par la relation :

$C_v = K_v = \left[\frac{A}{A+\sqrt{200 * V_t}}\right]^B$ où $B = \frac{(12-Q_v)^{0.667}}{4}$; Q_v = qualité de la denture comprise entre 6 et 11, V_t = 3.14 m/s (< $V_{t\max} = \frac{[A+(Q_v-3)]^2}{200}$ = 23.83 m/s)

et A = 50+56*(1-B).

Lorsque nous prenons une denture de qualité 7, on trouve B = 0.7314, A = 65.04 et donc $C_v = K_v = 0.788$;

- C_p. Coefficient élastique.

$$C_p = \left[\pi * \left(\frac{1-\mu_p^2}{E_P} + \frac{1-\mu_R^2}{E_R}\right)\right]^{-1/2}$$

Avec, pour l'acier : $\mu_p = \mu_R = 0.3$ et $E_p = E_R = 217500$ N/mm².
C_p = 195.

- $K_v = C_v = 0.788$. Facteur dynamique.
- J = 0.34. Facteur géométrique. Voir fig B_1. Avec Z_1 = 20 ; Z_2 = 79.
- K_{sf} = 2.2. Facteur de service d'après Richter Ohlendorf.

En considérant les valeurs de toutes les grandeurs, nous pouvons écrire pour la pression superficielle :

$$55 \le \frac{500*96*0.108*0.788}{1.91*10^7*2} * \left(\frac{120*S_{ac}}{195}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_{ac} \ge 1165.4 \,\text{MPa}$$

et pour la flexion :

$$55 \leq \frac{500*96*0.34*0.788*120}{1.91*10^7*2.2}*S_{at}*6$$

$$\Leftrightarrow S_{at} \geq 249.59\,\text{MPa}$$

$\Rightarrow$ A partir des tables 5 et 6, nous pouvons choisir l'acier A_5 durci.