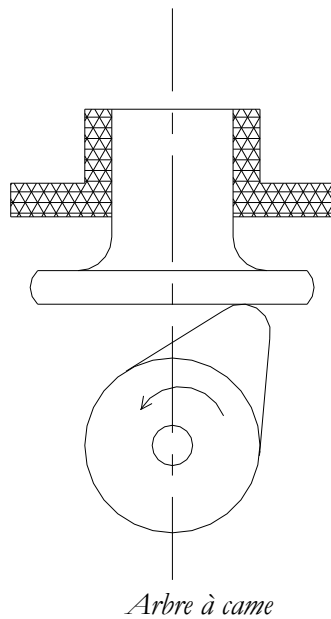


## Exercice 1

Un arbre à came tourne à une vitesse de 1000 tr/min et engendre un mouvement vertical du poussoir. Sur la position indiquée, le poussoir réalise un mouvement ascendant avec une force de 1 N. En outre, toujours dans cette position, il a été déterminé qu'une rotation de la came de 0.1 radian correspond à un déplacement vertical du poussoir de 1 mm. Quel est le couple nécessaire pour actionner l'arbre à came pendant cet intervalle ? Quelle est la puissance nécessaire à ce mouvement.



### Solution :

La conservation de l'énergie permet d'écrire :

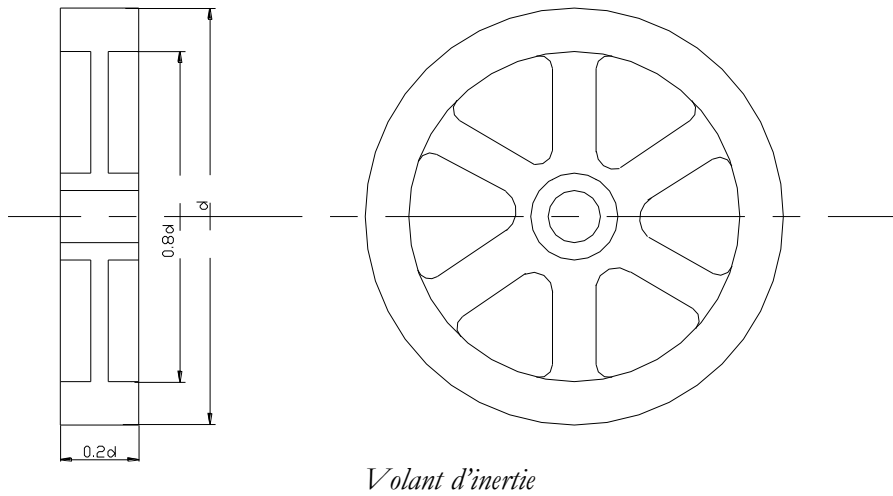
$$C \cdot \theta = F \cdot d$$

Le couple vaut donc  $C = \frac{F \cdot d}{\theta} = \frac{1 \cdot 0.001}{0.1} = 0.01 \text{ Nm}$

La puissance sera de :

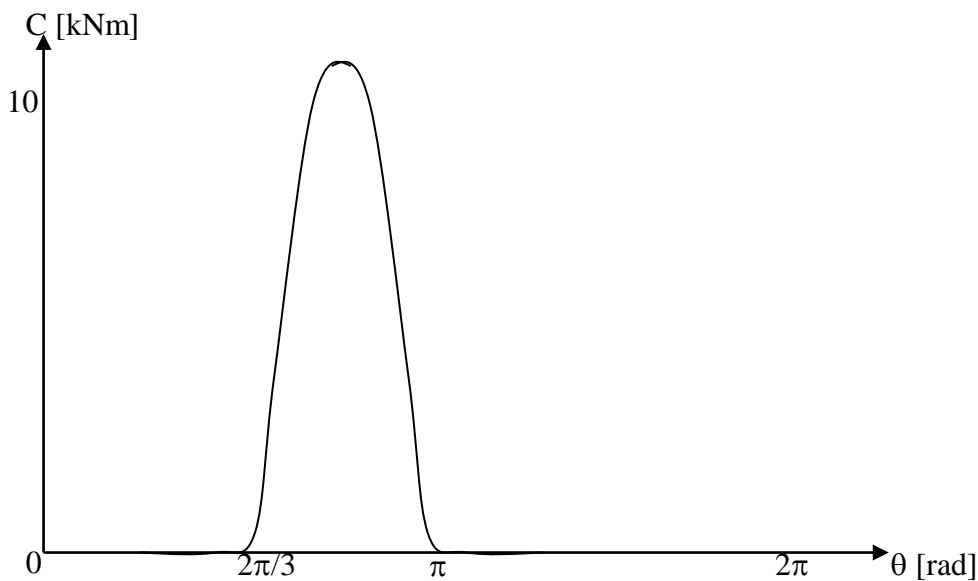
$$P = C \cdot \omega = C \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot N}{60} = 1.0472 \text{ W}$$

## Exercice 2



Le vilebrequin d'une presse tourne à la vitesse de 60 tr/min. Afin de poinçonner une plaque en acier, elle nécessite un couple dont le pic atteint 10 kN.m. La presse est actionnée par un moteur qui tourne à 1200 tr/min.

- Quelle puissance le moteur doit-il développer pour actionner la presse
- Sachant que l'aire sous la courbe ci après vaut  $2.\pi.kJ$ , déterminer la géométrie du volant nécessaire pour que la presse travaille à couple constant.



Les données supplémentaires sont :

$$N_{vol} = N_{mot} / 3$$

$$N_{\text{mot}} \in [900, 1200] \text{ tr/min.}$$

$$\rho = 7700 \text{ kg/m}^3$$

Solution :

a)

Le rapport de réduction  $i=1200/60=20$

En écrivant la conservation de l'énergie, on obtient :

$$C_{\text{mot}} \cdot \omega_{\text{mot}} = C_{\text{presse}} \cdot \omega_{\text{presse}}$$

$$\Leftrightarrow C_{\text{mot}} = 10 * \frac{60}{1200} = 0.5 \text{ kN}$$

$$\text{et } P_{\text{mot}} = C_{\text{mot}} \cdot \omega_{\text{mot}} = 0.5 * \frac{2 \cdot \pi \cdot 1200}{60} = 62.8 \text{ kW}$$

b)

Soit  $C_{\text{moy}}$  le couple constant qui sera développé par le moteur durant le cycle de  $2\pi$ .

$$C_{\text{moy}} * 2\pi = 2\pi \text{ kJ}$$

$$\Leftrightarrow C_{\text{moy}} = 1 \text{ kNm}$$

A couple constant, le moteur doit dépenser une énergie de :

$$E_{\text{mot}} = C \cdot \theta = 1 \text{ kNm} * 2\pi = 2\pi \text{ kJ} = 6283 \text{ J} \text{ (Elle est la même que celle qu'il développe jusque là).}$$

Elle n'est pas suffisante pour poinçonner entre  $2\pi/3$  et  $\pi$ . Dès lors le volant qui sera monter devra être capable de fournir pendant cet intervalle, une énergie de :

$$E_{\text{vol}} = E_{\text{tot}} - E_{\text{mot}} = 6283 \text{ J} - (2\pi/3 - \pi) * 1000 \text{ Nm} = 5236 \text{ J}$$

$$E_{\text{vol}} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot (\omega_{\text{max}}^2 - \omega_{\text{min}}^2) = 0.5 * I * \left[ \left( \frac{400 * 2\pi}{60} \right)^2 - \left( \frac{300 * 2\pi}{60} \right)^2 \right]$$

$$\Leftrightarrow I = 13.8 \text{ kg.m}^2 = M * R^2 = L \cdot \rho \cdot \pi \cdot (r_0^2 - r_1^2) (r_0^2 + r_1^2) / 2$$

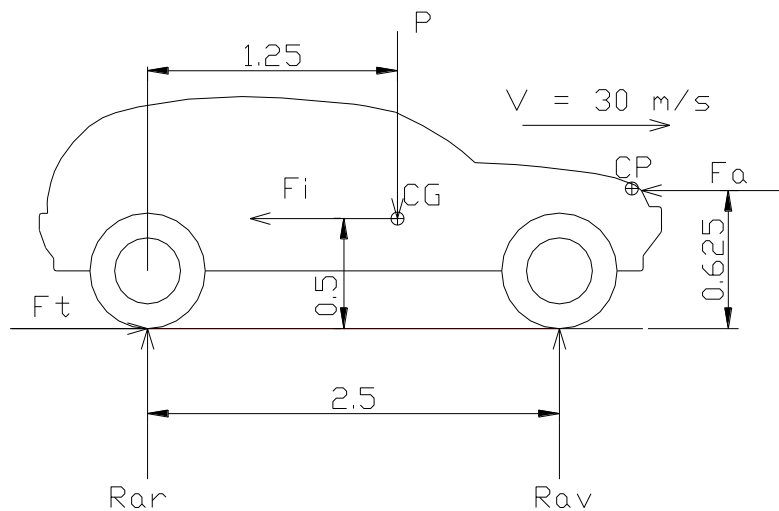
$$\omega_{\text{min}} = \frac{900 * 2 * \pi}{60} \omega_{\text{max}} = \frac{1200 * 2 * \pi}{60}$$

On trouve  $d = 0.688 \text{ m}$  sachant que  $\rho = 7700 \text{ kg/m}^3$

### Exercice 3

Soit la voiture représentée ci dessous.

- On demande de calculer les deux résultantes sachant que la masse de la voiture vaut 1360 kg. A la vitesse constante de 30 m/s, la puissance aérodynamique  $P_a$  vaut 12 kW.
- On accélère tout à coup et la voiture délivre une puissance  $P_m$  de 70 kW. Que vaut l'accélération et les réactions au sol ? On fait l'hypothèse que 6.5 % de la puissance disponible sert à vaincre l'inertie des masses en rotation.

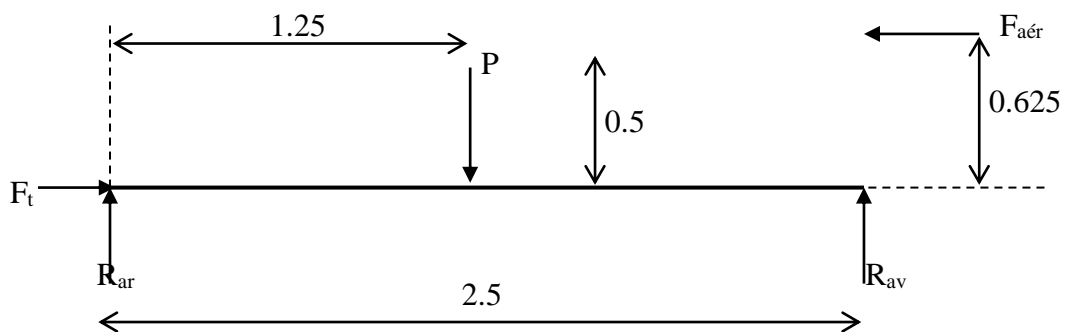


Solution :

a)

$$P_{aér} = F_{aér} * V \Leftrightarrow F_{aér} = \frac{12000}{30} = 400 \text{ N}$$

or  $F_t = F_a$



En écrivant l'équilibre des moments par rapport au point de contact arrière, on trouve :  
 $1360 \cdot 9.81 \cdot 1.25 - 400 \cdot 0.625 - R_{av} \cdot 2.5 = 0$   
 $\Leftrightarrow R_{av} = 6571 \text{ N}$

En écrivant l'équilibre des forces verticales, on trouve que  $R_{arr} = 13\,344 - 6571 = 6771 \text{ N}$

b)

$$P_{disp} = P_m - P_a = 70 - 12 = 58 \text{ kW}$$

$$P_{ac} = 0.935 \cdot 58 = 54.23 \text{ kW}$$

$$\text{Or } P_{ac} = F_i \cdot V \Leftrightarrow F_i = 54\,230 / 30 = 1807 \text{ N}$$

$$\text{L'accélération vaut par conséquent : } a = F_i / M = 1807 / 1360 = 1.33 \text{ m/s}^2$$

En réécrivant l'équilibre des moments et l'équilibre des forces verticales, on trouve :

$$1.25 \cdot P - 0.5 \cdot F_i - 2.5 \cdot R_{av} - 0.625 \cdot 400 = 0$$

$$R_{arr} = P - R_{av}$$

$$\Leftrightarrow R_{av} = 6210 \text{ N}$$

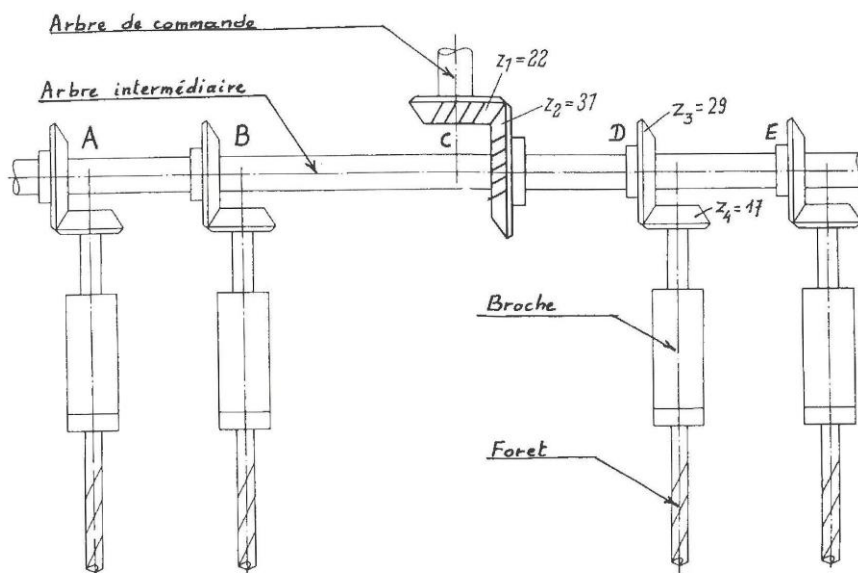
$$R_{arr} = 7133 \text{ N}$$

## Exercice 4

On considère la transmission de puissance d'une perceuse à quatre broches (voir Figure 5). Les quatre forets travaillent simultanément et dépensent une puissance de 2 kW, à une fréquence de rotation de 500 tr/min. Ils sont entraînés par l'arbre intermédiaire, à l'aide d'engrenages coniques 29/17. L'arbre intermédiaire est quant à lui mû par l'arbre de commande, à travers un engrenage conique 22/31.

On demande :

- La fréquence de rotation de l'arbre intermédiaire
- La fréquence de rotation de l'arbre de commande
- D'établir le rhéogramme des puissances et d'en déduire les puissances dans les tronçons AB, BC, CD, DE et dans l'arbre de commande
- De déterminer les moments de torsion dans les tronçons AB, BC, CD, DE et dans l'arbre de commande
- De calculer par la formule des arbres de manège un diamètre constant pour l'arbre intermédiaire et un diamètre pour l'arbre de commande



Solution :

$$P_{foret} = 2 \text{ kW}; \quad N_{foret} = 500 \text{ tr/min}$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{22}{37}; \quad \frac{Z_3}{Z_4} = \frac{29}{17}$$

On utilise la relation:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{Z_2}{Z_1} \Rightarrow N_1 \cdot Z_1 = N_2 \cdot Z_2$$

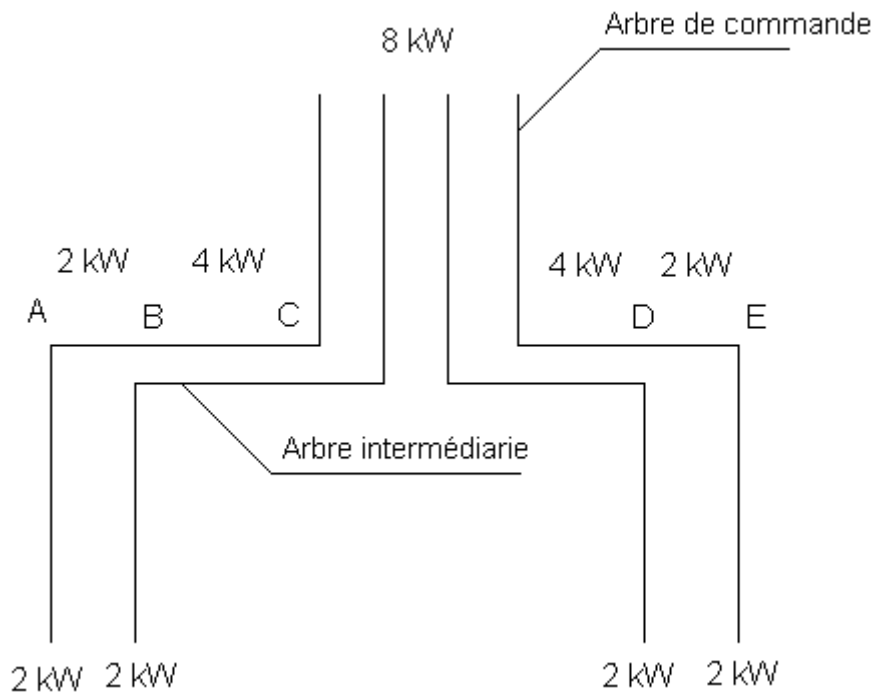
Fréquence de rotation arbre intermédiaire:

$$\frac{N_3}{N_4} = \frac{Z_4}{Z_3} \Rightarrow N_3 = \frac{Z_4}{Z_3} \cdot N_4 = \frac{17}{29} \cdot 500 = 293,1 \text{ tr/min}$$

Fréquence de rotation arbre de commande:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{Z_2}{Z_1} \Rightarrow N_1 = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot N_2 = \frac{31}{22} \cdot 293,1 = 413 \text{ tr/min}$$

Le rhéogramme des puissances est le suivant:



Les valeurs des puissances :

- AB :  $P_{AB} = 2 \text{ kW}$ ; DE :  $P_{DE} = 2 \text{ kW}$
- BC :  $P_{BC} = 4 \text{ kW}$ ; CD :  $P_{CD} = 4 \text{ kW}$ ; Commande :  $P_{comm} = 8 \text{ kW}$

Calcul des moments de torsion :

$$P = M_t \cdot \omega \Rightarrow M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2\pi N}$$

Zone	P (kW)	N (tr/min)	M <sub>t</sub> (Nm)
AB	2	293,1	65,16
BC	4	293,1	130,3
CD	4	293,1	130,3
DE	2	293,1	65,16
Commande	8	413	185

Calcul des diamètres pour les arbres intermédiaire et de commande:

$$\frac{d}{120mm} = \sqrt[3]{\frac{P/736 W}{N/tr/min}}$$

On prend la plus grande valeur. Les valeurs des diamètres sont présentées dans le tableau suivant :

Arbre	P (W)	N (tr/min)	d <sub>4/</sub> (mm)	d <sub>3/</sub> (mm)
Intermdiaire	4000	293,1	44,28	31,28
Commande	8000	413	48,33	35,7

## Exercice 5

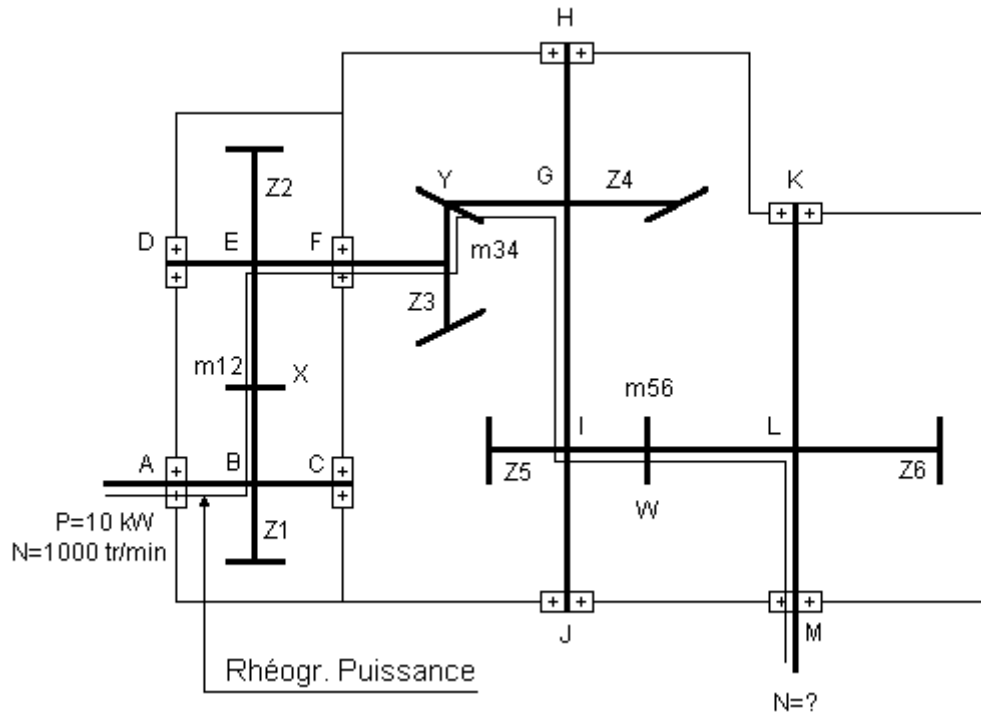
On considère le réducteur à 3 étages (Figure 6), utilisé pour changer l'orientation de la rotation et pour réduire la fréquence de rotation dans le système ( $N_{\text{sortie}} < N_{\text{entrée}}$ ). Le réducteur dispose d'une puissance à l'entrée  $P=10$  kW et d'une fréquence de rotation  $N_{\text{entrée}} = 1000$  tr/min.

Les caractéristiques des engrenages :

- $Z_1=13$  ;  $Z_2=16$  ;  $Z_3=15$  ( $Z$  = nombre des dents)
- $Z_4=22$  ;  $Z_5=17$  ;  $Z_6=29$
- $m_{12}=4$  ;  $m_{34}=3$  ;  $m_{56}=5$  ( $m$  = module)

Les caractéristiques de ce réducteur sont présentées dans le tableau suivant. Complétez ce tableau.

Zone	Puissance (W)	$M_t$ (Nm)	N (tr/min)	v (m/s)	Q – effort (kN)
AB				-	-
BC				-	-
Point X		-	-		
DE				-	-
EF				-	-
Point Y		-	-		
HG				-	-
GI				-	-
IJ				-	-
Point W		-	-		
KL				-	-
LM				-	-



Solution :

Données de l'exercice :  $P_{\text{entrée}} = 10 \text{ kW}$ ,  $N_{\text{entrée}} = 1000 \text{ tr/min}$ , le nombre des dents et le module pour chaque roue dentée.

Les fréquences de rotation pour chaque arbre du réducteur :

$$N_{AB} = N_{BC} = 1000 \text{ tr/min}$$

$$\frac{N_{DF}}{N_{AC}} = \frac{Z_1}{Z_2} \Rightarrow N_{DF} = N_{AC} \cdot \frac{Z_1}{Z_2} = 1000 \cdot \frac{13}{16} = 815,2 \text{ rot/min}$$

$$\frac{N_{HJ}}{N_{DF}} = \frac{Z_3}{Z_4} \Rightarrow N_{HJ} = N_{DF} \cdot \frac{Z_3}{Z_4} = 815,2 \cdot \frac{15}{22} = 554 \text{ rot/min}$$

$$\frac{N_{KM}}{N_{HJ}} = \frac{Z_5}{Z_6} \Rightarrow N_{KM} = N_{HJ} \cdot \frac{Z_5}{Z_6} = 554 \cdot \frac{17}{29} = 324 \text{ rot/min}$$

Les moments de torsion:

$$M_{t_{AB}} = \frac{P_{AB}}{2\pi N_{AB}} = \frac{10000 \cdot 60}{2\pi \cdot 1000} = 95,49 \text{ Nm}$$

$$M_{t_{EF}} = \frac{P_{EF}}{2\pi N_{EF}} = \frac{10000 \cdot 60}{2\pi \cdot 815,2} = 117,14 \text{ Nm}$$

$$M_{t_{GI}} = \frac{P_{GI}}{2\pi N_{GI}} = \frac{10000 \cdot 60}{2\pi \cdot 554} = 172,37 \text{ Nm}$$

$$M_{t_{LM}} = \frac{P_{LM}}{2\pi N_{LM}} = \frac{10000 \cdot 60}{2\pi \cdot 324} = 294,73 \text{ Nm}$$

Les vitesses au niveau des points, X, Y et W :

$$v_x = \omega R_1 = 2\pi \cdot N_{AC} \cdot \frac{d_1}{2} = \pi N_{AC} \cdot d_1 = \pi N_{AC} \cdot Z_1 \cdot m_{12}$$

$$\Rightarrow v_x = \frac{\pi \cdot 1000 \cdot 13 \cdot 0,004}{60} = 2,72 \text{ m/s}$$

$$v_y = \omega R_3 = 2\pi \cdot N_{DF} \cdot \frac{d_3}{2} = \pi N_{DF} \cdot d_3 = \pi N_{DF} \cdot Z_3 \cdot m_{34}$$

$$\Rightarrow v_y = \frac{\pi \cdot 815,2 \cdot 15 \cdot 0,003}{60} = 1,92 \text{ m/s}$$

$$v_w = \omega R_5 = 2\pi \cdot N_{HJ} \cdot \frac{d_5}{2} = \pi N_{HJ} \cdot d_5 = \pi N_{HJ} \cdot Z_5 \cdot m_{56}$$

$$\Rightarrow v_w = \frac{\pi \cdot 554 \cdot 17 \cdot 0,005}{60} = 2,46 \text{ m/s}$$

Les efforts  $Q_x$ ,  $Q_y$  et  $Q_w$

$$Q_x = \frac{P_x}{v_x} = \frac{10000 \text{ Nm/s}}{2,72 \text{ m/s}} = 3,6 \text{ kN}$$

$$Q_y = \frac{P_y}{v_y} = \frac{10000 \text{ Nm/s}}{1,92 \text{ m/s}} = 5,2 \text{ kN}$$

$$Q_w = \frac{P_w}{v_w} = \frac{10000 \text{ Nm/s}}{2,46 \text{ m/s}} = 4,1 \text{ kN}$$

Effort radial, arbre de sortie (KM)

$$F_r = Q \tan \beta = 4,1 \tan 20 = 1,5 \text{ kN}$$

Les résultats sont présentés dans le tableau ci-après:

Zone	Puissance (W)	$M_t$ (Nm)	$N$ (tr/min)	$v$ (m/s)	$Q$ - effort (kN)
AB	10000	95,49	1000	—	—
BC	0	0	1000	—	—
point X	10000	—	—	2,72	3,6
DE	0	0	815,2	—	—
EF	10000	117,14	815,2	—	—
point Y	10000	—	—	1,92	5,2
HG	0	0	554	—	—
GI	10000	172,37	554	—	—
IJ	0	0	554	—	—
point W	10000	—	—	2,46	4,1
KL	0	0	324	—	—
LM	10000	294,73	324	—	—